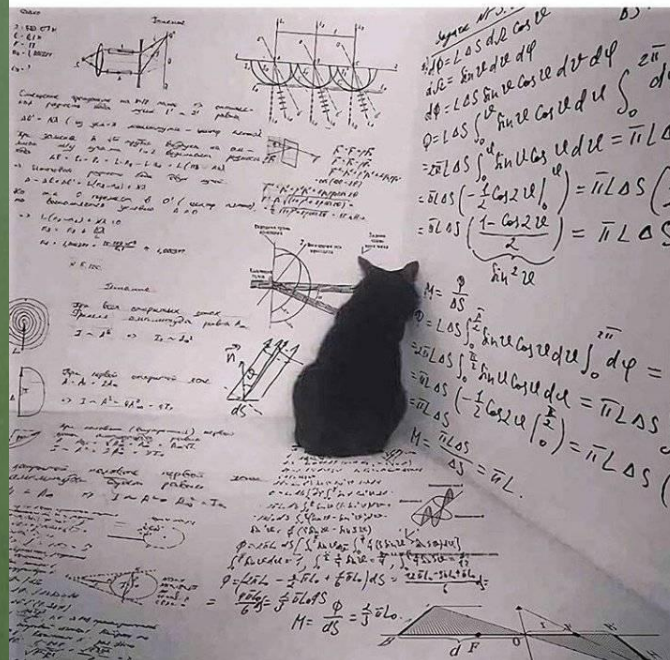


6장 일차원에서의 양자 역학

Meanwhile, inside the box, Schrodinger's cat plans its revenge.



따라서 물질과 또는 파동함수 Ψ 그 자체는
서로 간섭할 수 있는 파동의 성질을 가진다.
그러나 측정을 하면 우리는 입자로 간주하게 되며,
이때 통계적으로 $|\Psi|^2$ 의 확률분포를 따른다.

파동 함수의 보른 해석(Born interpretation)

$$|\Psi(x, t)|^2 = P(x, t)$$



막스 보른은 파동함수를
확률밀도라고 해석했다.

우리는 한 번의 측정에 의해서 고윳값을 얻을 수 있고,
여러 번의 반복된 측정에 의해서 기대값을 얻을 수 있다.

파동 함수의 보른 해석(Born interpretation)

$$1 = \int p(x) dx$$

따라서 확률의 총 합은 1이 되어야 한다.

이것을 **규격화 조건**이라고 한다.

파동 함수의 보른 해석(Born interpretation)

$$\langle A \rangle = \int \Psi^* A \Psi dx$$

관측 가능한 양 observable A 의 기대값

자유 입자의 파동 함수

$$k = \frac{p}{\hbar} \qquad \omega = \frac{E}{\hbar}$$

$$\omega(k) = \frac{\hbar k^2}{2m}$$

$$\Psi_k(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t)} = A\{\cos(kx - \omega t) + i \sin(kx - \omega t)\}$$

자유 입자의 파동 함수는 위와 같이 표현된다.

이 파동 함수 자체는 규격화되지는 않는다.

파동 함수의 중첩

$$\Psi(x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \overset{\text{초기 조건으로 주어지는 계수}}{a(k)} e^{ikx} dk$$

임의의 파군은 자유 입자 파동 함수의 중첩으로 이루어진다.

파동 함수의 중첩

$$\Psi(x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \overset{\text{초기 조건으로 주어지는 계수}}{a(k)} e^{ikx} dk$$

$$\Psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(k) e^{i\{kx - \omega(k)t\}} dk$$

이 파동 함수가 시간에 따라 전파된다.

그러면 파동함수를 결정하는 방정식은
어떻게 주어지는가?



에르빈 슈뢰딩거



$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \Psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi$$

비상대론적 양자역학의 슈뢰딩거 방정식

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V \right) \Psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi$$

1차원 비상대론적 양자역학의 슈뢰딩거 방정식

슈뢰딩거 방정식을 푸는 과정

0. 변수분리

separation of variables

$$\Psi(x, t) = \psi(x)T(t)$$

1. 일반해 찾기
general solution

$$\psi(x) = A\psi_1 + B\psi_2$$

2. 경계조건 부여

boundary conditions

$$\psi_n(x) = A\psi_{1n} + \cancel{B\psi_2}$$

3. 규격화 조건

normalization

$$\psi_n(x) = A(n)\psi_{1n}$$

4. 정규직교조건을 만족하는 기저함수 구성

orthonormal basis

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_m^*(x) \psi_n(x) dx = \delta_{mn}$$

5. 일반적인 해를 기저함수의 중첩으로 표현

superposition

$$\psi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \psi_n$$

6. 초기조건을 대입해서 계수를 확정
initial condition

$$c_n = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_n^*(x) dx$$

슈뢰딩거 방정식을 푸는 과정

0. 변수분리

1. 일반해 찾기

2. 경계조건 부여

3. 규격화 조건

4. 정규직교조건을 만족하는 기저함수 구성

5. 일반적인 해를 기저함수의 중첩으로 표현

6. 초기조건을 대입해서 계수를 확정

관측 가능한 양과 기대값

$$\langle A \rangle = \int \Psi^* A \Psi dx$$

관측 가능한 양 observable A 의 기대값

관측 가능한 양과 기대값

Observable	Symbol	Associated Operator
Position	x	x
Momentum	p	$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$
Potential energy	U	$U(x)$
Kinetic energy	K	$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$
Hamiltonian	H	$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x)$
Total energy	E	$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$

관측 가능한 양과 기대값

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

$$\Delta p = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}$$

입자의 위치 x 및 운동량 p 의 표준편차 또는 불확정성 uncertainty

선명함, 또는 흐릿함 관측?

어떤 관측량에 대해 파동 함수가 고유상태라면,
측정 이후 다시 측정을 하더라도 상태는 변하지 않는다.

그러나 어떤 관측량에 대해
파동 함수가 고유상태가 아니라면,
측정은 그 상태를 변화시킨다.