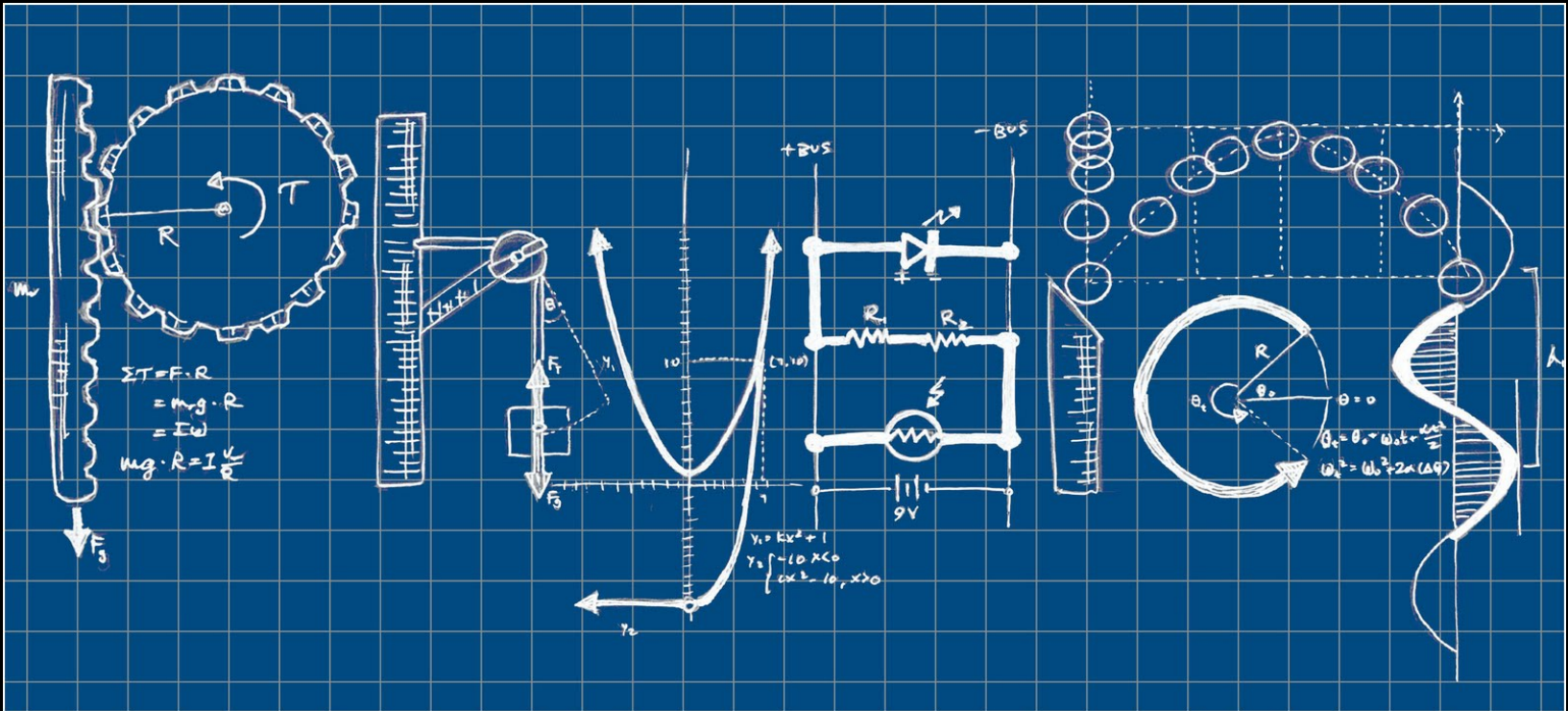
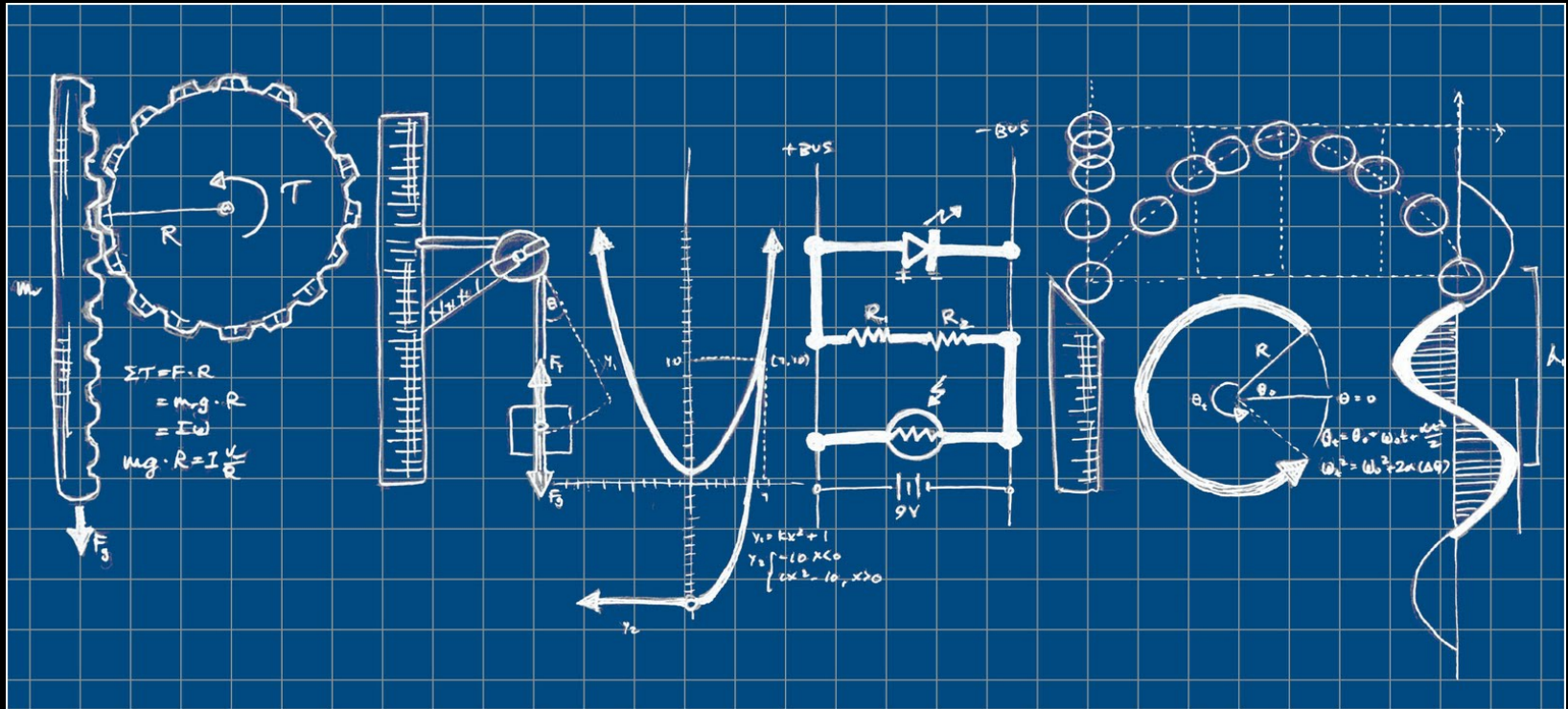


서론

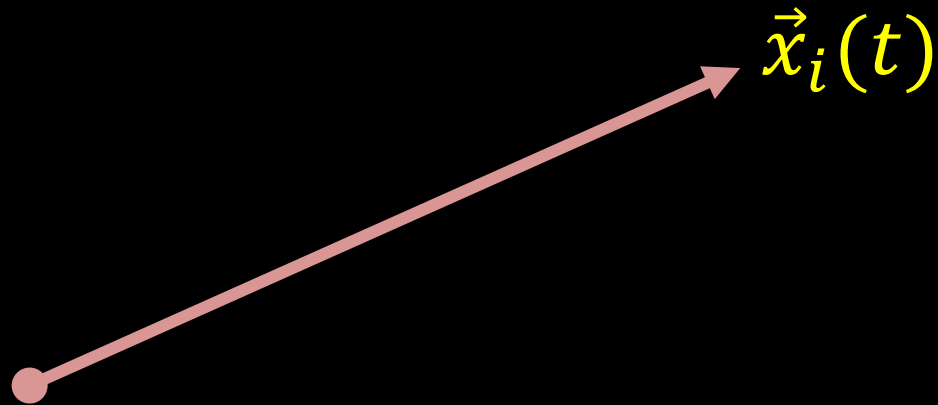
전자기학의 모든 것



물리학의 목표는 자연을 이해하는 것입니다.



물리학의 목표는 자연을 이해하는 것입니다.
그런데, 자연을 이해한다는 말은 무슨 뜻일까요?



고전 물리학에서는 운동motion을 알면
모든 것을 이해할 수 있다고 생각합니다.

$$\vec{x}_i(t)$$

고전물리학에서 말하는 운동에 대해서 좀 더 자세히 살펴봅시다.

$$\vec{x}_i(t)$$

운동이란 입자의 위치에 대한 것입니다.

$$\vec{x}_i(t)$$

이러한 운동은 세 가지 중요한 특징을 가지고 있습니다.

$$\vec{x}_i(t)$$

첫째로, 운동은 입자에 대한 것입니다.
이 입자에는 질량 및 전하와 같은
몇 가지 고정 불변의 속성이 부여됩니다.

$$\vec{x}_i(t)$$

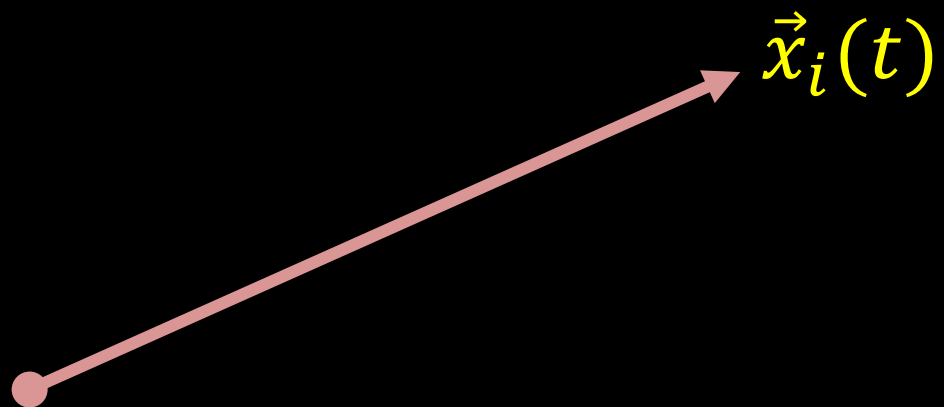
둘째로, 운동은 시간의 함수입니다.
따라서 운동은 입자의 변화를 기술합니다.

$$\vec{x}_i(t)$$

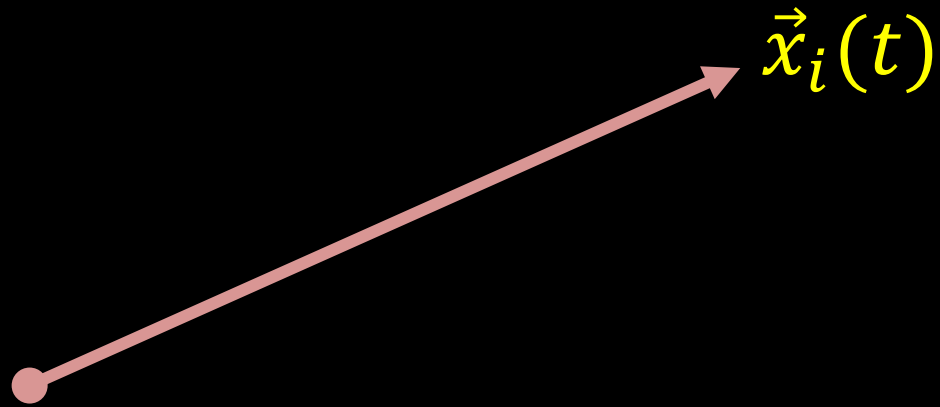
셋째로, 운동은 벡터로 표현됩니다.
이것은 운동이 어떤 수학적 질서를 통해
표현되어야 한다는 것을 의미합니다.

$$\vec{x}_i(t)$$

여기에서 수학적 질서란 대체 무슨 말인지에 대해
잠시 생각해 봅시다.



운동을 우리는 어떻게 알 수 있을까요?



우리는 운동을 방정식을 풀어서 알 수 있습니다.

$$\vec{F} = m \ddot{\vec{x}}$$

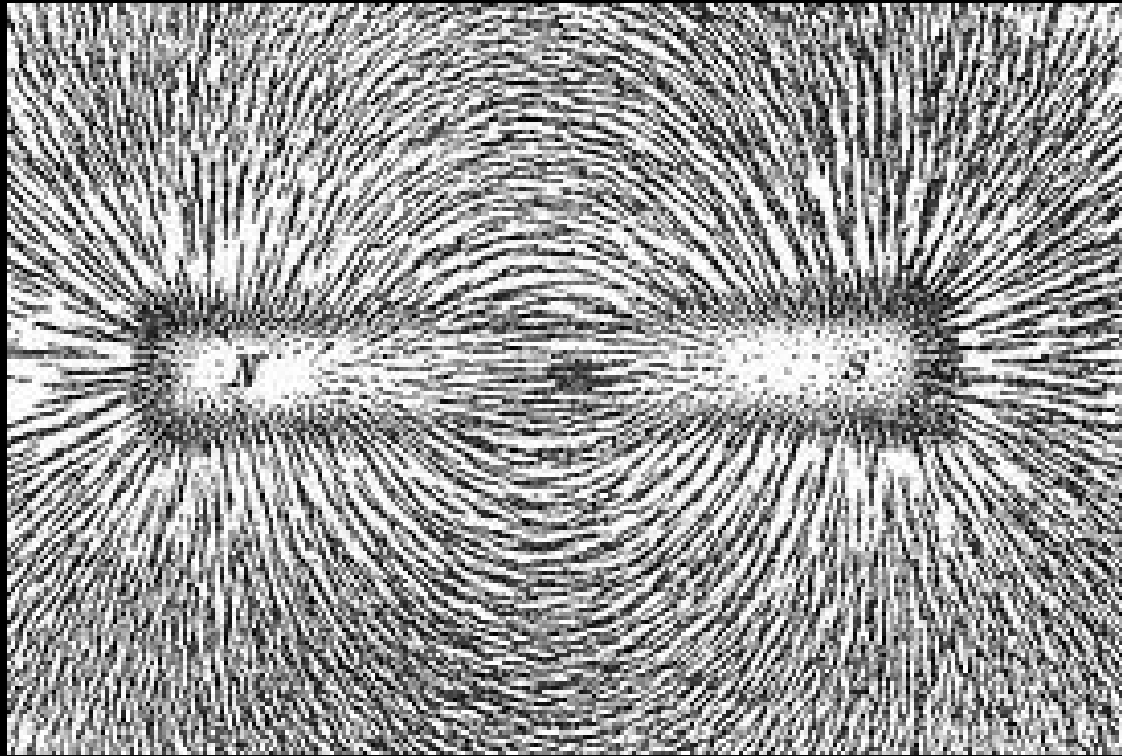
좀 더 구체적으로 말하면,
위와 같은 뉴턴의 **운동방정식**equation of motion을 풀어야 합니다.

$$\vec{F} = m \ddot{\vec{x}}$$

그런데 위 식의 좌변은 어떻게 적을 수 있을까요?

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

기본적으로 힘은 실험적인 발견들에 의해서 주어집니다.
중력, 전기력, 자기력 등이 여기에 해당합니다.



힘은 **장field**에 의해서 표현됩니다.
장이란 시공간에 정의된 함수를 말합니다.

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

문제는 이러한 힘 또는 장이
무엇으로부터 주어지는가 하는 것입니다.
힘 또는 장은 어떻게 구할 수 있을까요?

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

역시 이 질문에 대한 답은, 방정식을 풀어서 구한다는 것입니다.

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

이 방정식을 **장 방정식**field equation이라고 합니다.
장 방정식은 **장**과 **원천**source 사이의 관계를 설명합니다.

대사상/배경

object/background

힘/장

force/field

운동

motion

장 방정식
field equation

운동 방정식
equation of motion



$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

그러면 장 방정식은 어떻게 적어야 할까요?
그리고 왜 그런 방식으로 적어야 할까요?

여기에서 다시 한 번 앞에서의 질문으로 돌아오게 됩니다.

$\vec{E} \quad \vec{B}$

첫째로, 장은 벡터로 표현되어야 합니다.

$\vec{E} \quad \vec{B}$

이것은 왜일까요?



우리는 자연에 존재하는 시각적, 기하학적, 또는 감각적 현상을
수로 표현하고자 합니다.



그런데 문제는 현상을 수로 대응시키는
유일한 방법은 존재하지 않는다는 것입니다.
현상과 수 사이의 관계는 **좌표의 선택**에 의존합니다.

대상/배경

object/background

힘/장

force/field

운동

motion

장 방정식
field equation

운동 방정식
equation of motion

그렇다면 자연의 법칙을 이해하는 과정도
주관적인 좌표의 설정에 의존을 하게 될까요?

우리는 객관적인 세계의 물리 현상은 주관적인 좌표의 설정에
무관해야 한다는 것을 확신을 가지고 말할 수 있습니다.

우리는 객관적인 세계의 물리 현상은 주관적인 좌표의 설정에
무관해야 한다는 것을 확신을 가지고 말할 수 있습니다.

그렇다면 우리가 자연을 이해하는 방식,
즉 자연을 결정하는 방정식은
그 값 자체는 좌표의 설정에 의존하지만
수학적인 형태가 좌표의 설정과 무관하게,
즉 좌표 변환에 대해 일정한 방식으로
함께 변해야 한다는 것을
말할 수 있습니다.

이것을 공변성covariance이라고 합니다.

따라서 방정식을 구성하는 요소들은
공변성을 표현하기 쉬운 방식으로 표현되어야 합니다.
즉, 좌표변환에 대해서 일정한 패턴으로 변환하는 요소들을
기본적인 구성 요소building block로 삼아야 합니다.

$$\phi \rightarrow \phi'$$

$$\vec{A} \rightarrow \Lambda \vec{A}'$$

좌표변환에 대해 특정한 방식으로 공변하는 양들을
각각 스칼라, 벡터, 스피너, 텐서 등으로 부릅니다.

$\vec{E}$ $\vec{B}$ $F_{\mu\nu}$

이러한 구성 요소들을 조합해서 방정식을 적어야 합니다.
고전 전자기학에서는 벡터로,
상대론적 전자기학에서는 텐서로 표현될 것입니다.

$\vec{E} \quad \vec{B}$

이제 우리가 벡터로 표현해야 한다는 것을 이해했다면,
그 다음의 자연스러운 질문은 이렇습니다.
벡터장을 결정하는 것은 무엇일까요?

헬름홀츠의 정리

$r \rightarrow \infty$ 에서 $\nabla \cdot \vec{F}$ 및 $\nabla \times \vec{F}$ 이 모두 r^{-2} 보다 빠르게 0으로 수렴한다면

$\nabla \cdot \vec{F}$ 및 $\nabla \times \vec{F}$ 은 $\vec{F}$ 를 결정한다.

$\nabla \cdot \vec{F} = D$ 및 $\nabla \times \vec{F} = \vec{C}$ 라고 하면

$$V \equiv \frac{1}{4\pi} \int \frac{D(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

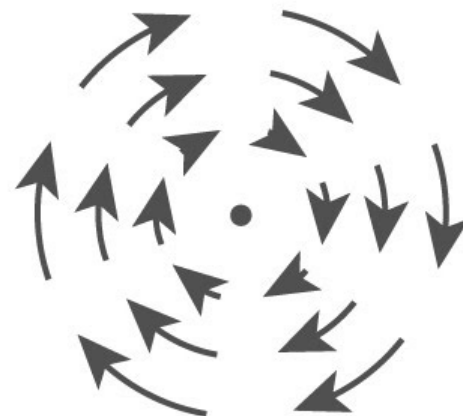
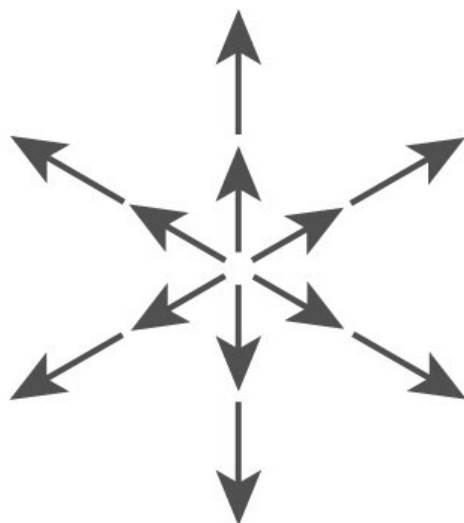
$$\vec{A} \equiv \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{C}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

와 같이 두 함수 V 와 $\vec{A}$ 를 정의할 때

$$\vec{F} = -\nabla V + \nabla \times \vec{A}$$

와 같이 유일하게 결정된다.

대체 이게 무슨 말일까요?



임의의 벡터장 $\vec{F}$ 가 있다고 합시다.
 여기에 대해 $\nabla \cdot$ 및 $\nabla \times$ 연산을 취하면 어떤 값이 나올 것입니다.
 이것을 $\nabla \cdot \vec{F} = D$ 및 $\nabla \times \vec{F} = \vec{C}$ 라고 합시다.

$$V \equiv \frac{1}{4\pi} \int \frac{D(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{A} \equiv \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{C}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

이제 이 값들을 적분해서 위와 같은 양을 정의해 봅시다.

$$-\nabla \cdot (\nabla V) = D(\vec{r})$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \vec{C}(\vec{r})$$

나중에 우리가 증명할 것은 위와 같은 관계식입니다.

$$\vec{F} = -\nabla V + \nabla \times \vec{A}$$

따라서 $\vec{F}$ 를 위와 같이 정의하면,
 $\nabla \cdot \vec{F} = D$ 및 $\nabla \times \vec{F} = \vec{C}$ 을 만족하게 됩니다.

따라서 헬름홀츠의 정리에 따라
(무한대에서의 경계조건을 만족할 때)
원천으로부터 $\nabla \cdot \vec{F}$ 와 $\nabla \times \vec{F}$ 를 결정할 수 있다면
 $\vec{F}$ 도 유일하게 결정됩니다.

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

이것이 맥스웰 방정식이 **회전**divergence과 **발산**curl의 조합으로 이루어지는 이유입니다.

정전기학 및 정자기학에서 전기장과 자기장은 각각 회전 및 발산이 0인 장으로 생각할 수 있습니다.

더 나아가서, 우리는 다음 세 가지 요소의
상호작용을 다루게 될 것입니다.

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

미분

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} \end{aligned}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

미분

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\nabla V \\ \vec{B} &= \nabla \times \vec{A}\end{aligned}$$

미분

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j}\end{aligned}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{j} \quad \text{미분}$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$
$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad \text{미분}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad \text{미분}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{j} \quad \text{미분}$$

가우스 법칙

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

앙페르 법칙

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

미분

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{j} \quad \text{미분}$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$
$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad \text{미분}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad \text{미분}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \quad \text{적분}$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

미분

$$\vec{E} = -\nabla V$$
$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

미분

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

적분

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

쿨롱 법칙

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

비오-사바르 법칙

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

적분

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

미분

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

적분

쿨롱 법칙

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

비오-사바르 법칙

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

적분

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

적분

$$V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{E} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{B} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

적분

쿨롱 법칙

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

비오-사바르 법칙

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

적분

미분방정식 풀기

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

적분

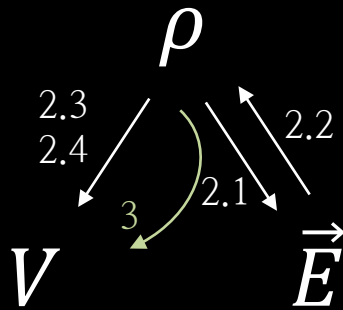
$$V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{E} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{B} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

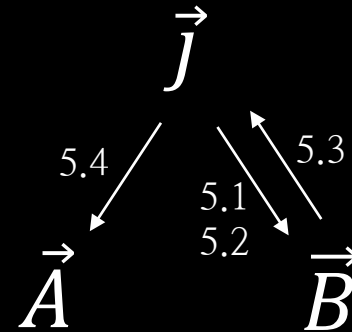
이번 학기에는
정전기학electrostatics과 정자기학magnetostatics을 다루게 됩니다.

정전기학과 정자기학에서는 앞에서 언급한 세 요소 사이의
상호관계를 좀 더 자세히 배우게 됩니다.

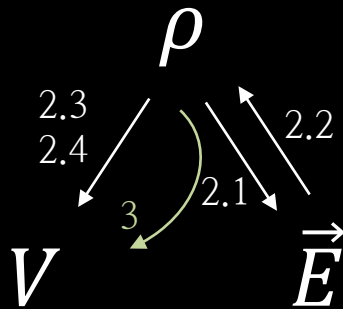
Chap 2, 3



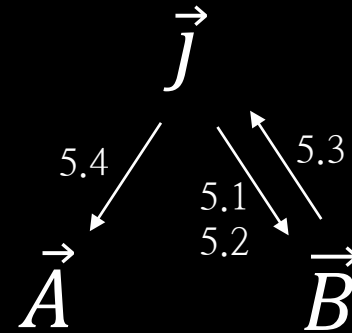
Chap 5



Chap 2, 3



Chap 5



Chap 4

물질/전기쌍극자

Chap 6

물질/자기쌍극자

감사합니다