

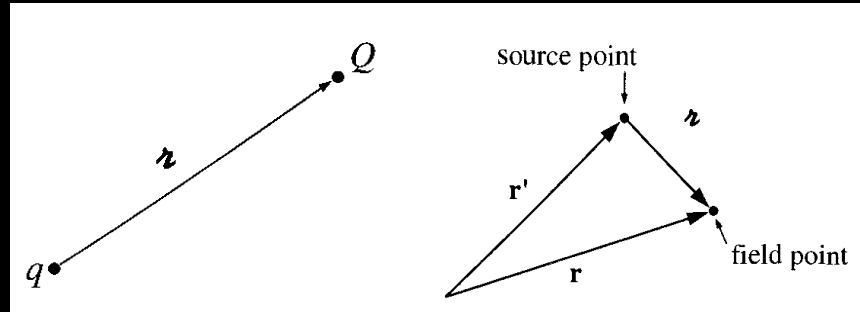
제2장 정전기학

이제 정적인 전기장stationary electric field에 대해서
자세히 살펴봅시다.

그런데 아무튼 전기장이라는 물리적 실체가
존재한다는 것은 어떻게 알게 되었을까요?



먼저 이것은 경험적으로 **힘**을 발견했기 때문입니다.



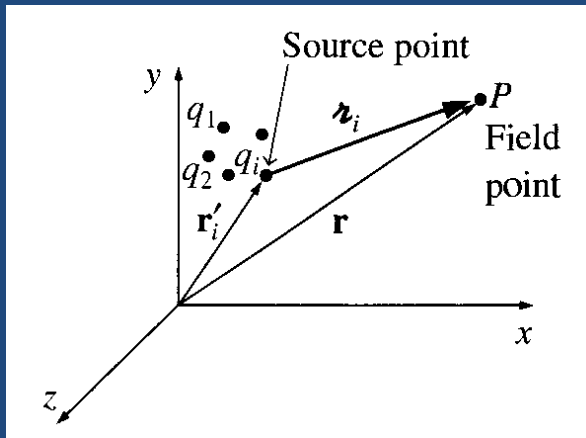
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'})$$

이러한 힘에 대한 경험적 법칙으로
쿨롱의 법칙Coulomb's law이라는 것이 알려져 있습니다.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$

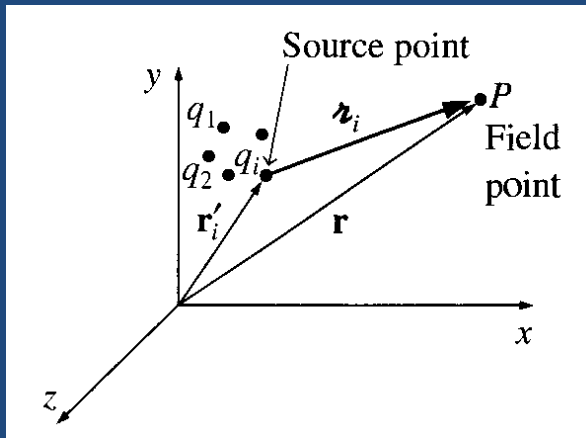
쿨롱의 법칙과 함께 우리는 전기력이 중첩된다는,
즉 중첩원리superposition principle도 경험적으로 알고 있습니다.

정전기학electrostatics은 경험적으로 확립된 두 가지 원리,
즉 쿨롱의 법칙과 중첩원리에 의해서
근본적으로 설명될 수 있습니다.



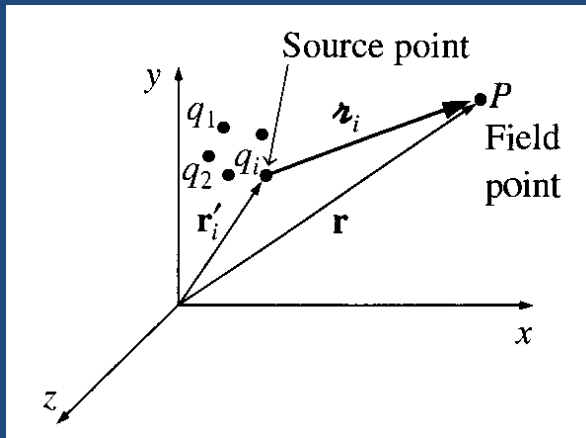
$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

정전기력을 좀 더 쉽게 다루기 위해서,
힘을 관찰하는 입자, 즉 **관찰자의 정보**를 분리시켜 봅시다.



$$\vec{F} = Q \vec{E}$$

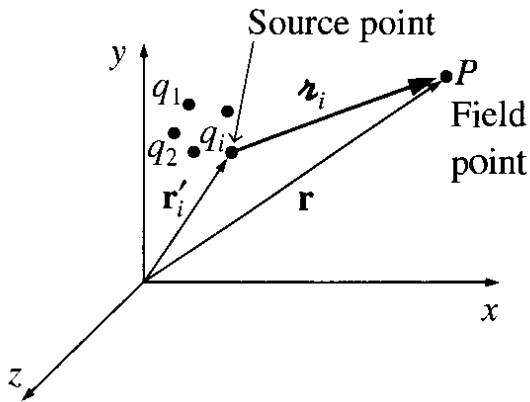
그러면 우리는 **배경**에 의해서 완전히 결정되는 **장**,
즉 **전기장**을 정의할 수 있습니다.



$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

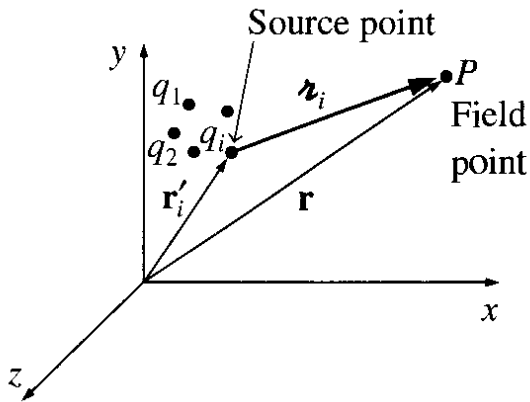
우리는 나중에 **전기장** 자체가 물리적 의미를 가진다는 것을 살펴보게 될 것입니다.

그러나 일단 정전기학에서는 전기장 자체보다는 **전기장이 입자에 힘을 미친다**는 것이 좀 더 중요합니다.



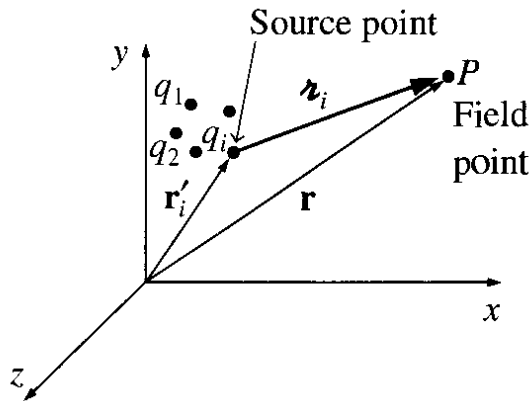
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}_i'})$$

쿨롱의 법칙과 중첩원리에 의해
전기장은 위와 같이 적을 수 있습니다.



$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|^2} (\vec{r} - \vec{r}'_i)$$

여기에서 우리는 **원천**에 해당하는 모든 입자들을 더한다는 것을 기억해야 합니다.



$$\begin{aligned}
 \vec{E}(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) dV' \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) dA' \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) ds'
 \end{aligned}$$

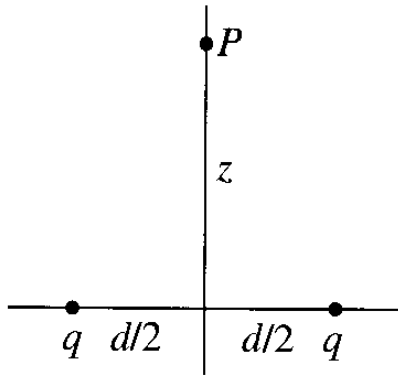
연속체의 경우에는 미소 적분요소에 대응되는 전하, 즉

$$dq = \rho dV = \sigma dA = \lambda ds \text{를 사용해서}$$

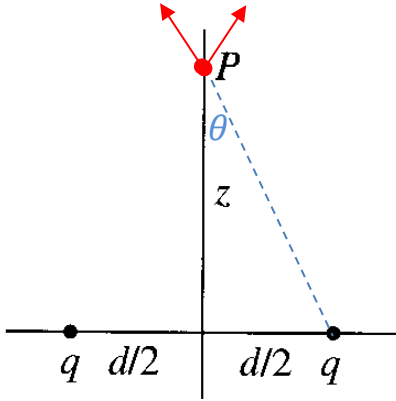
위와 같은 적분으로 표현합니다.

여기에서 적분되는 변수는 원천의 위치 r' 가 됩니다.

예1: 점전하가 만드는 전기장

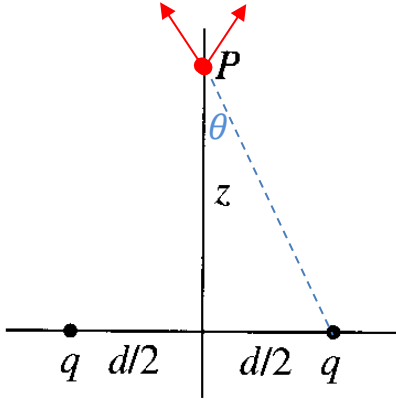


예1: 점전하가 만드는 전기장



대칭성에 의해 z 성분만 고려하면 됩니다.

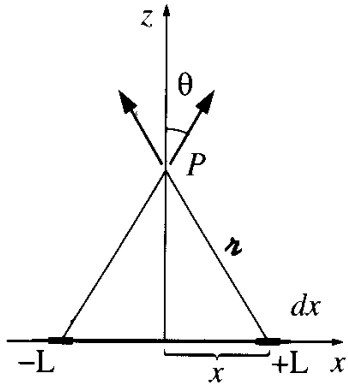
예1: 점전하가 만드는 전기장



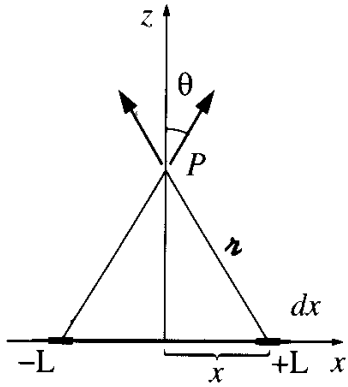
대칭성에 의해 z 성분만 고려하면 됩니다.

$$E_z = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \cos \theta \right) \times 2$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \right]^{3/2}}$$

예2: 선전하가 만드는 전기장

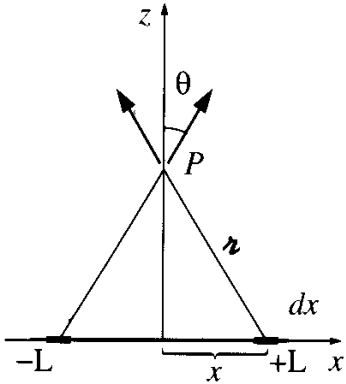


예2: 선전하가 만드는 전기장



대칭성에 의해 $\hat{z}$ 성분만 고려하면 됩니다.

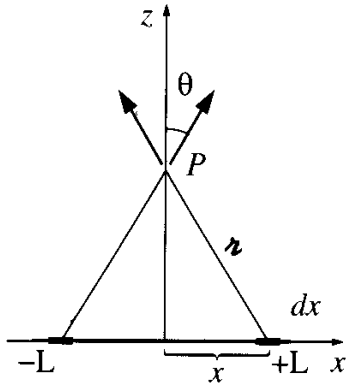
예2: 선전하가 만드는 전기장



대칭성에 의해 $\hat{z}$ 성분만 고려하면 됩니다.

$$\begin{aligned} dE_z &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{z^2 + x^2} \cos \theta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda z dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

예2: 선전하가 만드는 전기장

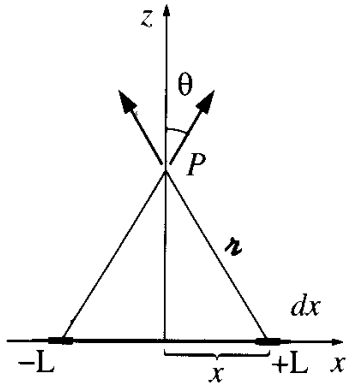


대칭성에 의해 $\hat{z}$ 성분만 고려하면 됩니다.

$$\begin{aligned} dE_z &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{z^2 + x^2} \cos \theta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda z dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

$$E_z = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}}$$

예2: 선전하가 만드는 전기장



대칭성에 의해 $\hat{z}$ 성분만 고려하면 됩니다.

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{z^2 + x^2} \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda z dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}}$$

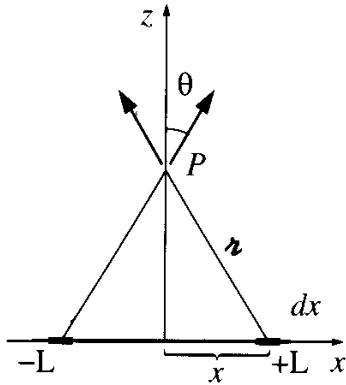
$$E_z = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{z \sec^2 \theta d\theta}{z^3 \sec^3 \theta}$$

$$x = z \tan \theta$$

$$dx = z \sec^2 \theta d\theta$$

$$\frac{L}{z} = \tan \theta_0$$

예2: 선전하가 만드는 전기장



대칭성에 의해 $\hat{z}$ 성분만 고려하면 됩니다.

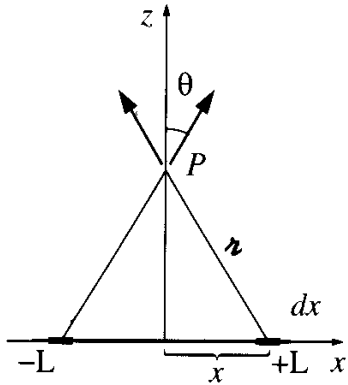
$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{z^2 + x^2} \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda z dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$E_z = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{z \sec^2 \theta d\theta}{z^3 \sec^3 \theta}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 z} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 z} \sin \theta_0$$

예2: 선전하가 만드는 전기장



대칭성에 의해 $\hat{z}$ 성분만 고려하면 됩니다.

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{z^2 + x^2} \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda z dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$E_z = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{z \sec^2 \theta d\theta}{z^3 \sec^3 \theta}$$

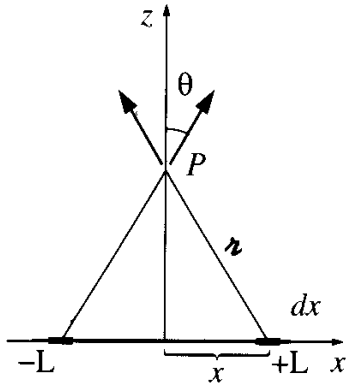
$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 z} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 z} \sin \theta_0$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 z} \frac{\frac{L}{z}}{\sqrt{1 + \left(\frac{L}{z}\right)^2}}$$

$$\frac{L}{z} = \tan \theta_0$$

$$\sin \theta_0 = \frac{\tan \theta_0}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_0}}$$

예2: 선전하가 만드는 전기장



대칭성에 의해 $\hat{z}$ 성분만 고려하면 됩니다.

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{z^2 + x^2} \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda z dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$E_z = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{z \sec^2 \theta d\theta}{z^3 \sec^3 \theta}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 z} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 z} \sin \theta_0$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 z} \frac{\frac{L}{z}}{\sqrt{1 + \left(\frac{L}{z}\right)^2}}$$

$$z \gg L \quad E \simeq \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}$$

$$L \rightarrow \infty \quad E \simeq \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 z}$$

이제 전기장에 미분을 취해봅시다.
다시 말하면, 전기장에 대한
발산과 회전을 고려해 봅시다.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) d^3r'$$

먼저 전기장의 발산은 위와 같이 전개됩니다.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) d^3r'$$

$$\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \nabla_r \cdot \frac{(\widehat{\vec{r} - \vec{r}'})}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} d^3r'$$

먼저 전기장의 **발산**은 위와 같이 전개됩니다.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) d^3r'$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \nabla_r \cdot \frac{(\widehat{\vec{r} - \vec{r}'})}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} d^3r' \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') 4\pi \delta^3(\vec{r} - \vec{r}') d^3r' \end{aligned}$$

먼저 전기장의 **발산**은 위와 같이 전개됩니다.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) d^3r'$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \nabla_r \cdot \frac{(\widehat{\vec{r} - \vec{r}'})}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} d^3r' \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') 4\pi \delta^3(\vec{r} - \vec{r}') d^3r' \\ &= \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} \end{aligned}$$

먼저 전기장의 **발산**은 위와 같이 전개됩니다.

$$\int_V (\nabla \cdot \vec{E}) dV = \int_V \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} dV$$

이 발산을 **부피적분**하고 가우스의 정리를 적용해 봅시다.

$$\begin{aligned}\int_{\mathcal{V}} (\nabla \cdot \vec{E}) dV &= \int_{\mathcal{V}} \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} dV \\ &= \oint_{\partial \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{A}\end{aligned}$$

이 발산을 **부피적분**하고 **가우스의 정리**를 적용해 봅시다.

$$\begin{aligned}\int_{\mathcal{V}} (\nabla \cdot \vec{E}) dV &= \int_{\mathcal{V}} \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} dV \\ &= \oint_{\partial \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \frac{q}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

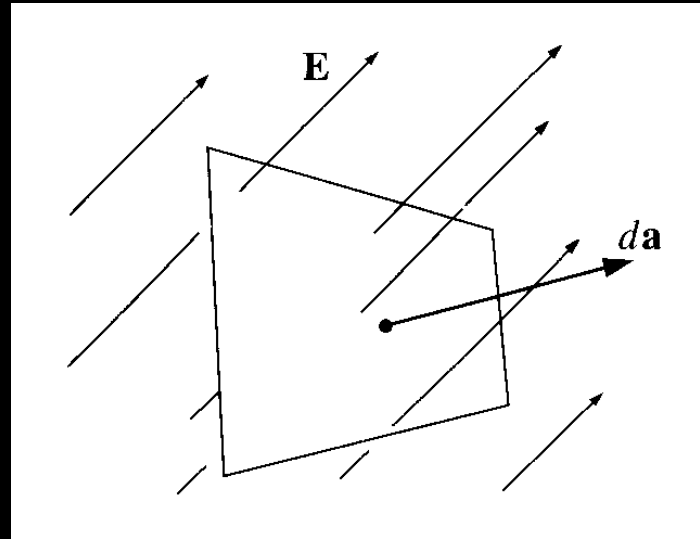
한편 위 식의 오른쪽은 적분 영역 내의 총 전하를 의미합니다.

$$\oint_{\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

이렇게 해서 우리는 전기장에 대한
이른바 **가우스의 법칙**을 얻게 됩니다.

$$\Phi_E \equiv \int_{\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



그리고 전기장의 면적분을
전기 선속^{electric flux}이라고 정의합니다.

가우스의 법칙은 직관적으로는 먼 거리에서

$$\vec{E} \sim \frac{1}{r^2}$$

및

$$A \sim r^2$$

라는 사실로부터

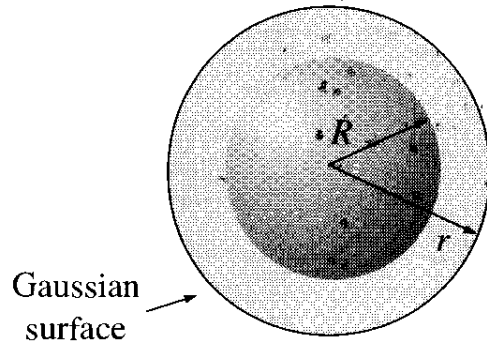
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \sim \text{const}$$

가 된다는 것을 유추할 수 있습니다.

즉, 가우스의 법칙은 전기장이
거리의 역제곱에 비례하는 중심력이기 때문에
일어나는 현상이라고 할 수 있습니다.

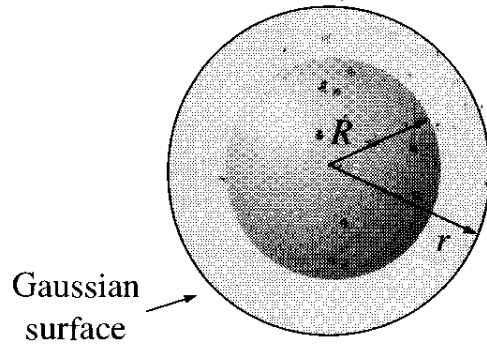
따라서 중력장에 대해서도
가우스의 법칙에 대응되는 법칙을 찾을 수 있습니다.

예1: 구면대칭



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = |E| 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

예1: 구면대칭

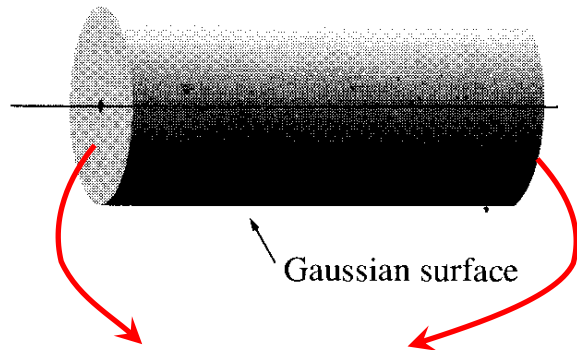


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = |E| 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

쿨롱의 법칙이 다시 얻어집니다.

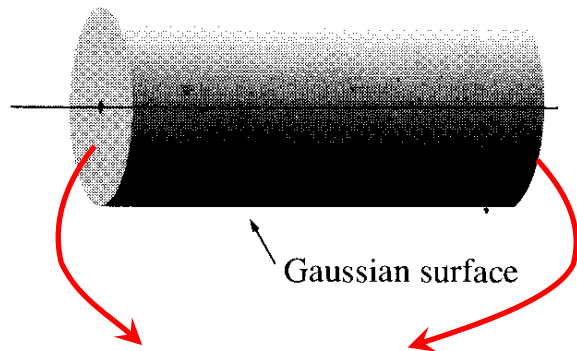
예2: 원통대칭



원기둥의 왼쪽면과 오른쪽면에는
전기장이 수직으로 통과하지 않아서
선속에 기여하지 않습니다.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = |E| 2\pi r L = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

예2: 원통대칭

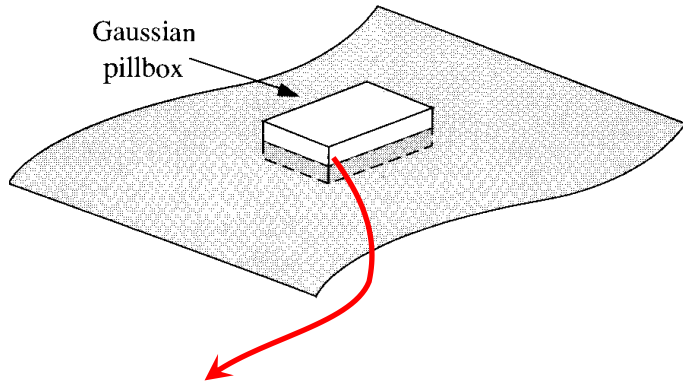


원기둥의 왼쪽면과 오른쪽면에는
전기장이 수직으로 통과하지 않아서
선속에 기여하지 않습니다.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = |E| 2\pi r L = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r}$$

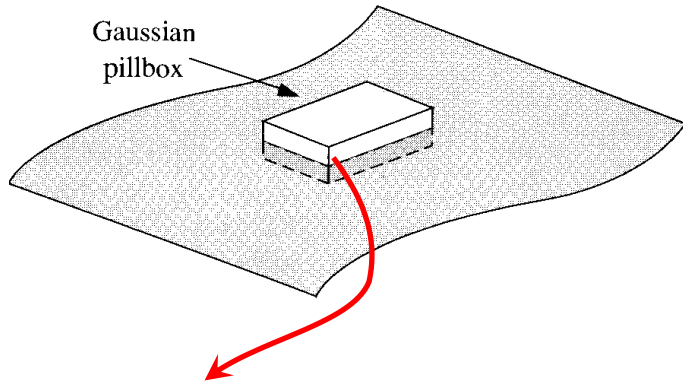
예3: 평면대칭



상자의 옆면에는
전기장이 수직으로 통과하지 않아서
선속에 기여하지 않습니다.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = |E| 2A = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

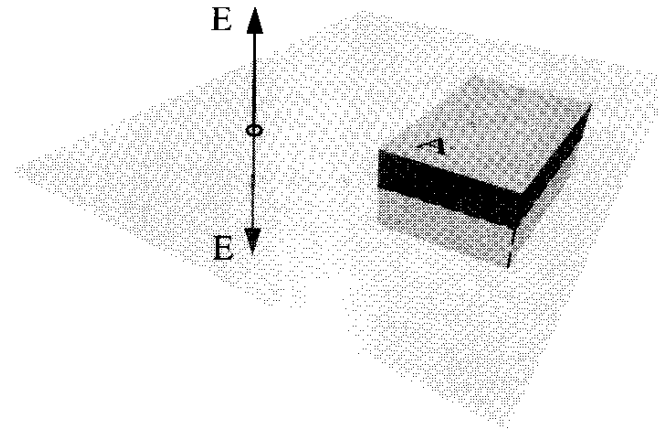
예3: 평면대칭

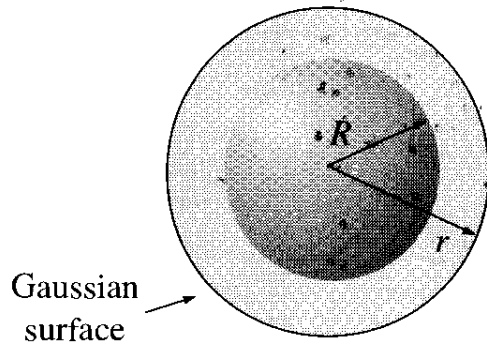


상자의 옆면에는
전기장이 수직으로 통과하지 않아서
선속에 기여하지 않습니다.

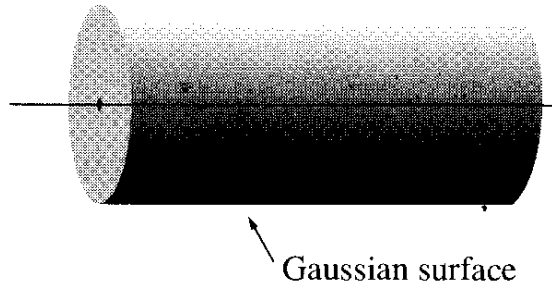
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = |E| 2A = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} \quad (\text{윗면에서})$$

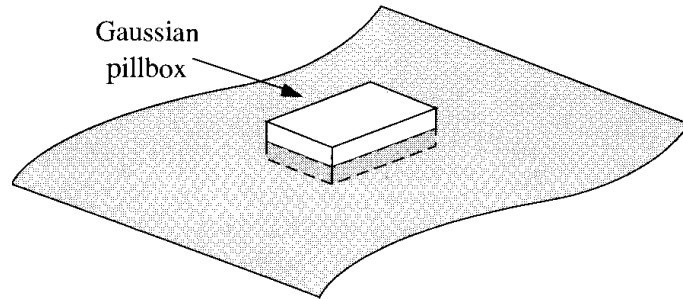




$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad \propto r^{-2}$$



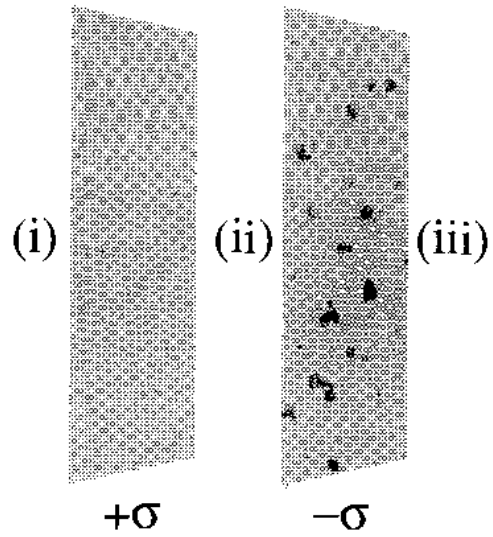
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r} \quad \propto r^{-1}$$



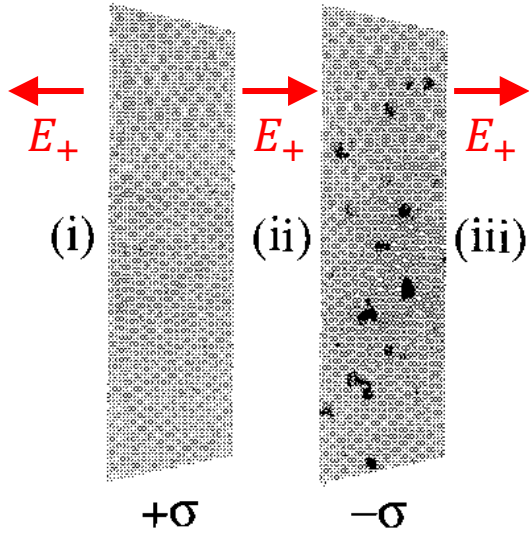
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} \quad \propto r^0$$

전기장에 대한 이러한 흥미로운 **차원 의존성**은
다른 공간 차원에서 전기장이 어떤 법칙을 따를 것인지에 대해
우리에게 단서를 줍니다.

예4: 두 개의 도체판

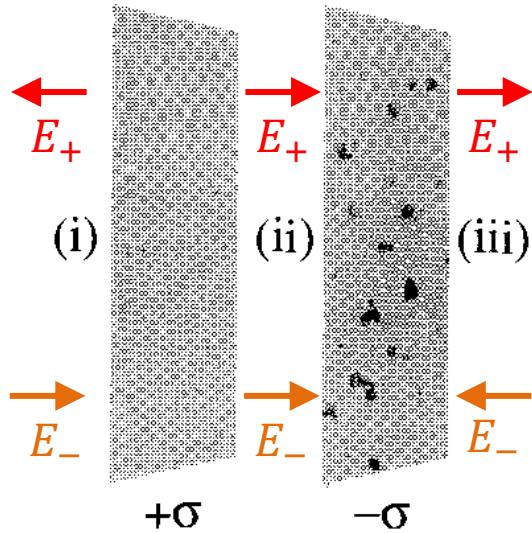


예4: 두 개의 도체판



먼저 첫 번째 도체판이 E_+ 만큼의 전기장을
왼쪽 그림과 같은 방향을 따라서 만들어냅니다.

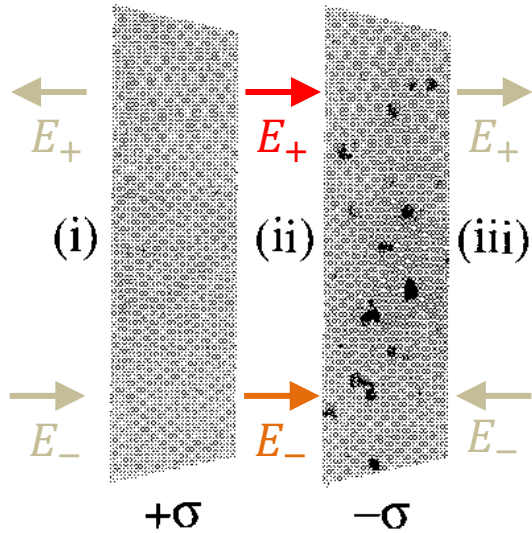
예4: 두 개의 도체판



먼저 **첫 번째 도체판**이 E_+ 만큼의 전기장을
왼쪽 그림과 같은 방향을 따라서 만들어냅니다.

두 번째 도체판도 E_- 만큼의 전기장을
왼쪽 그림과 같은 방향을 따라서 만들어냅니다.

예4: 두 개의 도체판

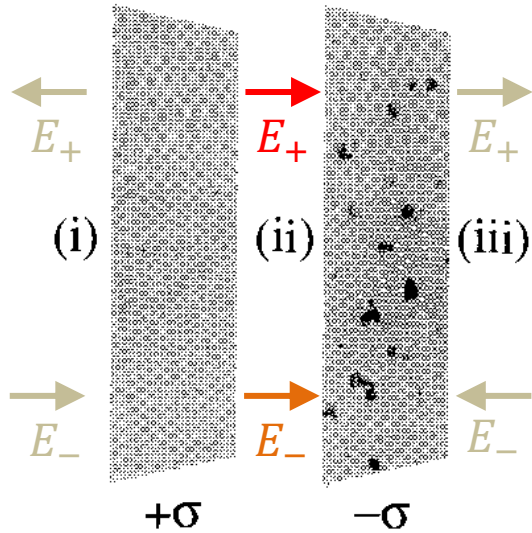


먼저 **첫 번째 도체판**이 E_+ 만큼의 전기장을
왼쪽 그림과 같은 방향을 따라서 만들어냅니다.

두 번째 도체판도 E_- 만큼의 전기장을
왼쪽 그림과 같은 방향을 따라서 만들어냅니다.

따라서 두 도체판의 사이에만 전기장이 존재하며,
그 밖에서는 전기장이 0이 됩니다.

예4: 두 개의 도체판



먼저 **첫 번째 도체판**이 E_+ 만큼의 전기장을
왼쪽 그림과 같은 방향을 따라서 만들어냅니다.

두 번째 도체판도 E_- 만큼의 전기장을
왼쪽 그림과 같은 방향을 따라서 만들어냅니다.

따라서 두 도체판의 사이에만 전기장이 존재하며,
그 밖에서는 전기장이 0이 됩니다.

$$\vec{E} = \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \times 2 \right) \hat{x} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{x}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) d^3r'$$

그 다음으로 전기장의 회전 연산도 해 봅시다.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) d^3r'$$

$$\int_{\mathcal{A}} \left(\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) \right) \cdot d\vec{A} = \oint_{\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

스토크스 정리

그 다음으로 전기장의 **회전** 연산도 해 봅시다.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) d^3r'$$

$$\int_{\mathcal{A}} (\nabla \times \vec{E}(\vec{r})) \cdot d\vec{A} = \oint_{\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

선적분은 $\vec{r}$ 좌표에 대한 적분이므로
 $\vec{r}$ 좌표가 있는 부분만 적분에 기여함

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\oint_{\partial\mathcal{A}} \frac{(\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) \cdot d\vec{s}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) d^3r'$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) d^3r'$$

$$\int_{\mathcal{A}} (\nabla \times \vec{E}(\vec{r})) \cdot d\vec{A} = \oint_{\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\oint_{\partial\mathcal{A}} \frac{(\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) \cdot d\vec{s}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) d^3r'$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\oint_{\partial\mathcal{A}} \frac{d|\vec{r} - \vec{r}'|}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) d^3r'$$

각 원천 전하에 대해서 $d\vec{s}$ 의 원점을 $\vec{r}'$ 에 잡을 수 있고,
 이 때, $(\widehat{\vec{r} - \vec{r}'})$ 과 평행한 성분만 고려하면 $d\vec{s} = (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'})d|\vec{r} - \vec{r}'|$ 으로 잡을 수 있다.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) d^3r'$$

$$\int_{\mathcal{A}} (\nabla \times \vec{E}(\vec{r})) \cdot d\vec{A} = \oint_{\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\oint_{\partial\mathcal{A}} \frac{(\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) \cdot d\vec{s}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) d^3r'$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\oint_{\partial\mathcal{A}} \frac{d|\vec{r} - \vec{r}'|}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) d^3r'$$

이 부분의 적분은 폐곡선에 대해서 0이 됩니다.

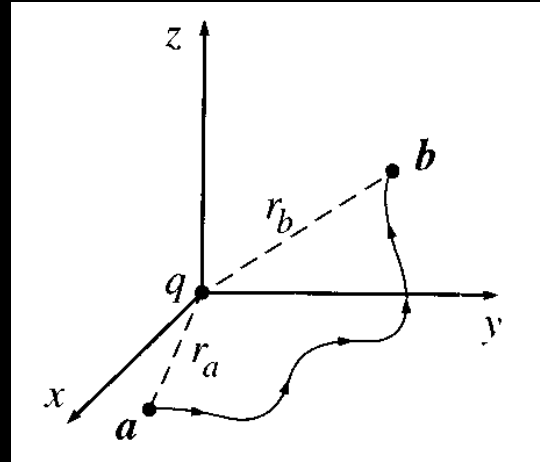
$$= 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

따라서 위의 두 관계식을 얻게 됩니다.

$$V \equiv - \int_0^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



그리고 전기장의 선적분을
전위 또는 전기 퍼텐셜이라고 정의합니다.

$$V \equiv - \int_0^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

전기 퍼텐셜을 좀 더 계산해 봅시다.

$$\begin{aligned}
 V &\equiv - \int_{\mathcal{O}}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \\
 &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\int_{\mathcal{O}}^{\vec{r}} \frac{\widehat{(\vec{r} - \vec{r}') \cdot d\vec{s}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) d^3r'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V &\equiv - \int_0^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \\
 &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\int_0^{\vec{r}} \frac{\widehat{(\vec{r} - \vec{r}')} \cdot d\vec{s}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) d^3r'
 \end{aligned}$$

각 원천 전하에 대해서 $d\vec{s}$ 의 원점을 $\vec{r}'$ 에 잡을 수 있고,
 이 때, $\widehat{(\vec{r} - \vec{r}')}$ 과 평행한 성분만 고려하면 $d\vec{s} = \widehat{(\vec{r} - \vec{r}')} d|\vec{r} - \vec{r}'|$ 으로 잡을 수 있다.

$$= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\int_0^{\vec{r}} \frac{d|\vec{r} - \vec{r}'|}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) d^3r'$$

$$\begin{aligned}
 V &\equiv - \int_0^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \\
 &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\int_0^{\vec{r}} \frac{(\widehat{\vec{r} - \vec{r}'}) \cdot d\vec{s}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) d^3r'
 \end{aligned}$$

각 원천 전하에 대해서 $d\vec{s}$ 의 원점을 $\vec{r}'$ 에 잡을 수 있고,
 이 때, $(\widehat{\vec{r} - \vec{r}'})$ 과 평행한 성분만 고려하면 $d\vec{s} = (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'})d|\vec{r} - \vec{r}'|$ 으로 잡을 수 있다.

$$= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\int_0^{\vec{r}} \frac{d|\vec{r} - \vec{r}'|}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) d^3r'$$

이 점을 무한대로 놓고 이 때의 전위를 0으로 잡는다.

$$= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\frac{-1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d^3r'$$

$$V \equiv - \int_{\mathcal{O}}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \left(\frac{-1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d^3r'$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\int_{\vec{a}}^{\vec{b}} (\nabla V) \cdot d\vec{s} = V(\vec{b}) - V(\vec{a})$$

더 나아가서 기울기에 대한 미적분의 기본정리로부터
위의 관계식을 유도할 수 있습니다.

$$\int_{\vec{a}}^{\vec{b}} (\nabla V) \cdot d\vec{s} = V(\vec{b}) - V(\vec{a})$$
$$= - \int_{\vec{a}}^{\vec{b}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

더 나아가서 기울기에 대한 **미적분의 기본정리**로부터
위의 관계식을 유도할 수 있습니다.

$$\int_{\vec{a}}^{\vec{b}} (\nabla V) \cdot d\vec{s} = V(\vec{b}) - V(\vec{a})$$
$$= - \int_{\vec{a}}^{\vec{b}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

따라서 다음 관계식을 얻을 수 있습니다.

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$-\nabla \cdot \vec{E} = \nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

푸아송 방정식

$$-\nabla \cdot \vec{E} = \nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

푸아송 방정식

$$\nabla^2 V = 0$$

라플라스 방정식

$$-\nabla \cdot \vec{E} = \nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

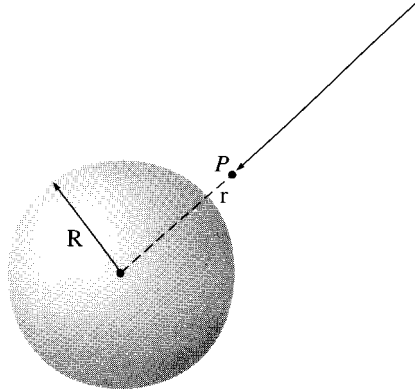
푸아송 방정식

$$\nabla^2 V = 0$$

라플라스 방정식

원천의 분포가 복잡하거나 주어진 경계조건이 복잡한 경우,
이 방정식들을 직접 푸는 것이
좀 더 쉬울 수도 있습니다 (3장에서 다룰 내용).

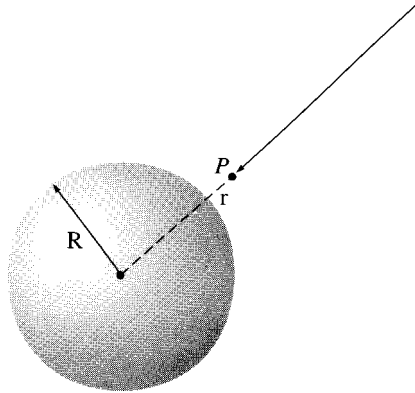
예1: 구각



$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (r > R)$$

$$= 0 \quad (r < R)$$

예1: 구각

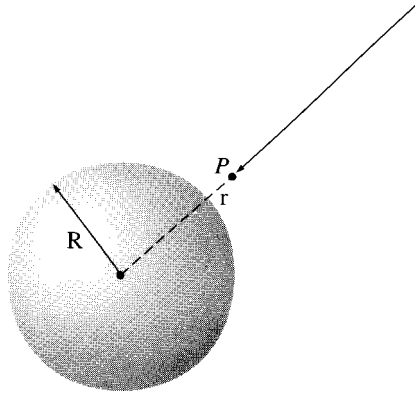


$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (r > R)$$

$$= 0 \quad (r < R)$$

$$(r > R) \quad V = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_{\infty}^r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

예1: 구각



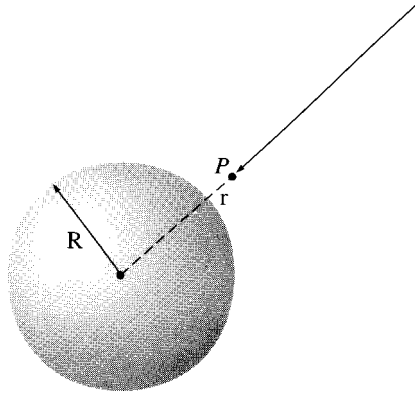
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (r > R)$$

$$= 0 \quad (r < R)$$

$$(r > R) \quad V = - \int_0^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_{\infty}^r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$(r < R) \quad V = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^R \frac{dr}{r^2} - \int_R^r 0 dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

예1: 구각

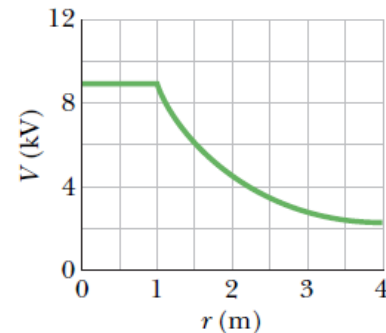
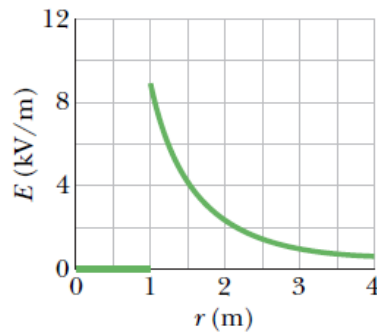


$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (r > R)$$

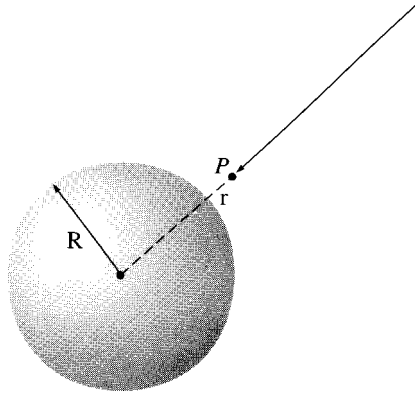
$$= 0 \quad (r < R)$$

$$(r > R) \quad V = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_{\infty}^r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$(r < R) \quad V = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^R \frac{dr}{r^2} - \int_R^r 0 dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$



예2: 같은 문제를 원천적분으로 구할 수도 있습니다.

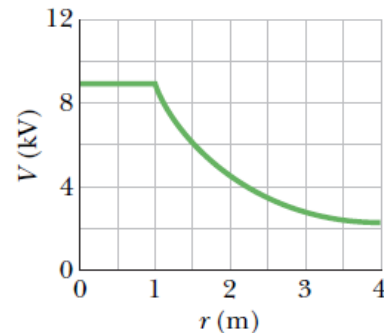
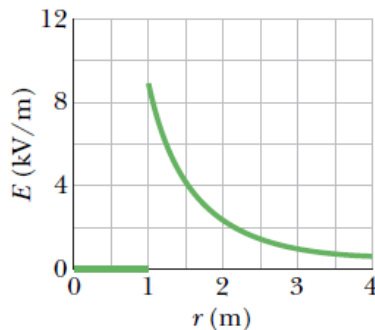


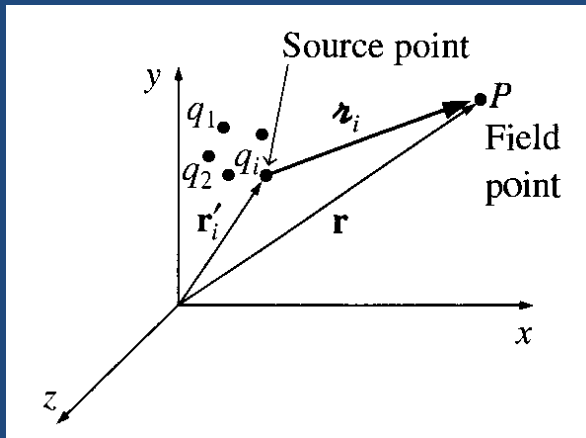
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (r > R)$$

$$= 0 \quad (r < R)$$

$$(r > R) \quad V = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_{\infty}^r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$(r < R) \quad V = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^R \frac{dr}{r^2} - \int_R^r 0 dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$





$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

이제 우리에게 익숙한 물리적 양인
일과 에너지에 대해 살펴봅시다.
따라서 이제는 **원천** 뿐만 아니라 **대상**의 전하까지 고려해야 합니다.

- 전하 하나를 옮기는데 한 일:

$$W = -Q \int_{\vec{a}}^{\vec{b}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q \Delta V$$

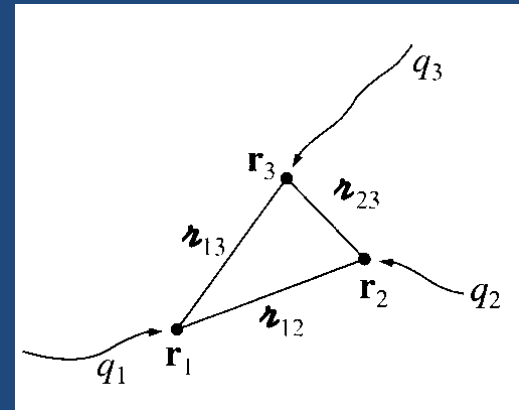
- 전하 하나를 옮기는데 한 일:

$$W = -Q \int_{\vec{a}}^{\vec{b}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q \Delta V$$

- 전하 분포에 대한 에너지:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}$$

같은 전하를
중복으로 세지 않기 위함



- 전하 하나를 옮기는데 한 일:

$$W = -Q \int_{\vec{a}}^{\vec{b}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q \Delta V$$

- 전하 분포에 대한 에너지:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j'|} \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j'|} \end{aligned}$$

자기 자신을 제외한
모든 전하를 고려하고
중복을 피하기 위해 1/2로 나눠 줌

- 전하 하나를 옮기는데 한 일:

$$W = -Q \int_{\vec{a}}^{\vec{b}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q \Delta V$$

- 전하 분포에 대한 에너지:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^n \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j'|} \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j'|} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i V(\vec{r}_i) \quad \text{이 경우에는 } i \neq j \text{를 명시적으로 고려함} \end{aligned}$$

- 연속체의 경우:

$$W = \frac{1}{2} \int \rho V d^3r$$

- 연속체의 경우:

$$W = \frac{1}{2} \int \rho V d^3r$$

$$\text{가우스 법칙} = \frac{\epsilon_0}{2} \int (\nabla \cdot \vec{E}) V d^3r$$

- 연속체의 경우:

$$W = \frac{1}{2} \int \rho V d^3r$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \int (\nabla \cdot \vec{E}) V d^3r$$

$$\text{부분적분법} = -\frac{\epsilon_0}{2} \int \vec{E} \cdot \nabla V d^3r + \frac{\epsilon_0}{2} \oint V \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

무한대에서
 $\sim r^{-1} \cdot r^{-2} \cdot r^2 \sim r^{-1} \rightarrow 0$ 이 됨

- 연속체의 경우:

$$W = \frac{1}{2} \int \rho V d^3r$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \int (\nabla \cdot \vec{E}) V d^3r$$

$$= -\frac{\epsilon_0}{2} \int \vec{E} \cdot \nabla V d^3r + \frac{\epsilon_0}{2} \oint V \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\vec{E} = -\nabla V = \frac{\epsilon_0}{2} \int \vec{E} \cdot \vec{E} d^3r$$

- 연속체의 경우:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \int \rho V d^3r \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} \int (\nabla \cdot \vec{E}) V d^3r \\ &= -\frac{\epsilon_0}{2} \int \vec{E} \cdot \nabla V d^3r + \frac{\epsilon_0}{2} \oint V \vec{E} \cdot d\vec{A} \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} \int \vec{E} \cdot \vec{E} d^3r \\ &= \int u_E d^3r \end{aligned}$$

에너지밀도: $u_E \equiv \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

- 연속체의 경우:

$$W = \frac{1}{2} \int \rho V d^3r$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \int (\nabla \cdot \vec{E}) V d^3r$$

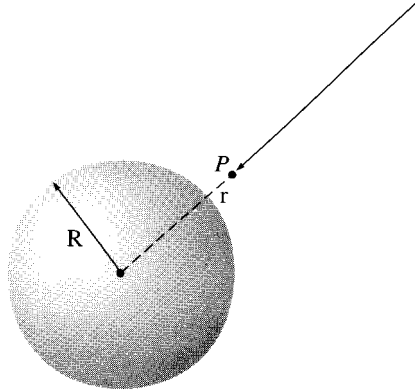
$$= -\frac{\epsilon_0}{2} \int \vec{E} \cdot \nabla V d^3r + \frac{\epsilon_0}{2} \oint V \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \int \vec{E} \cdot \vec{E} d^3r$$

$$= \int u_E d^3r$$

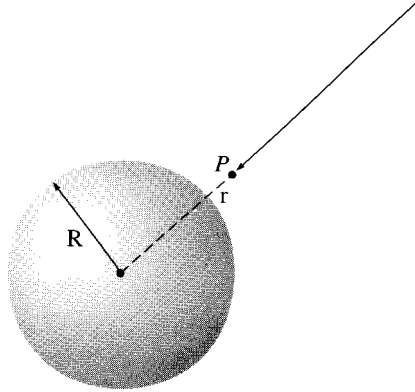
이 경우에는 $i = j$ 인 경우를 제외하지 않음

예: 구각



$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \int \sigma V dA \\ &= \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R} \int \sigma dA \\ &= \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \end{aligned}$$

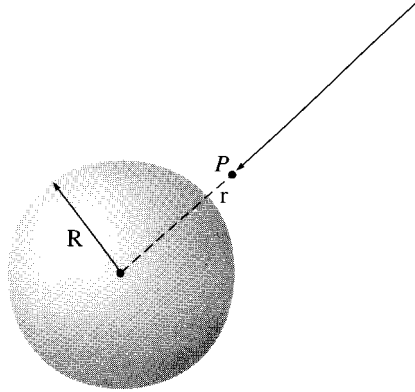
예: 구각



또는 다음과 같은 접근이 가능합니다.

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 dV$$

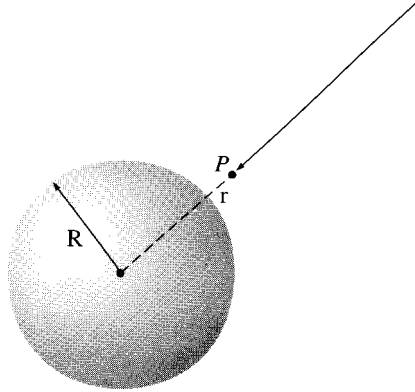
예: 구각



또는 다음과 같은 접근이 가능합니다.

$$\begin{aligned} W &= \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 dV \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{q^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2} \right) \int_R^\infty \frac{4\pi r^2}{r^4} dr \end{aligned}$$

예: 구각



또는 다음과 같은 접근이 가능합니다.

$$\begin{aligned} W &= \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 dV \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{q^2}{16\pi^2\epsilon_0^2} \right) \int_R^\infty \frac{4\pi r^2}{r^4} dr \\ &= \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \end{aligned}$$

5 Electrical Conductors



silver



gold



copper



steel



sea water

5 Electrical Insulators



rubber



glass



oil



diamond



dry wood

도체에 대해서 좀 더 살펴봅시다.
우리가 지금까지 조사한 내용들을 토대로
다음과 같은 것들을 알아낼 수 있습니다.

1. 도체의 내부에서 $\vec{E} = 0$ 이다.
(평형상태에서는 전류가 흐르지 않아야 하므로)

2. 도체의 내부에서 $\rho = 0$ 이다.
(전기장이 없으므로 도체 내부에 가우스면을 잡으면 전하도 없어야 함)

3. 알짜전하는 표면에 있다.
(그러나 표면의 전하밀도는 균일하지 않을 수도 있음)

4. 도체 내부에서는 전위가 상수이다.
(전기장의 변화가 없으므로)

5. 도체 표면의 전기장은 도체 면에 수직이다.
(수직이 아니면 내부에 전류가 흐르게 됨)

1. 도체의 내부에서 $\vec{E} = 0$ 이다.
(평형상태에서는 전류가 흐르지 않아야 하므로)

2. 도체의 내부에서 $\rho = 0$ 이다.
(전기장이 없으므로 도체 내부에 가우스면을 잡으면 전하도 없어야 함)

3. 알짜전하는 표면에 있다.
(그러나 표면의 전하밀도는 균일하지 않을 수도 있음)

4. 도체 내부에서는 전위가 상수이다.
(전기장의 변화가 없으므로)

5. 도체 표면의 전기장은 도체 면에 수직이다.
(수직이 아니면 내부에 전류가 흐르게 됨)

1. 도체의 내부에서 $\vec{E} = 0$ 이다.
(평형상태에서는 전류가 흐르지 않아야 하므로)

2. 도체의 내부에서 $\rho = 0$ 이다.
(전기장이 없으므로 도체 내부에 가우스면을 잡으면 전하도 없어야 함)

3. 알짜전하는 표면에 있다.
(그러나 표면의 전하밀도는 균일하지 않을 수도 있음)

4. 도체 내부에서는 전위가 상수이다.
(전기장의 변화가 없으므로)

5. 도체 표면의 전기장은 도체 면에 수직이다.
(수직이 아니면 내부에 전류가 흐르게 됨)

1. 도체의 내부에서 $\vec{E} = 0$ 이다.
(평형상태에서는 전류가 흐르지 않아야 하므로)

2. 도체의 내부에서 $\rho = 0$ 이다.
(전기장이 없으므로 도체 내부에 가우스면을 잡으면 전하도 없어야 함)

3. 알짜전하는 표면에 있다.
(그러나 표면의 전하밀도는 균일하지 않을 수도 있음)

4. 도체 내부에서는 전위가 상수이다.
(전기장의 변화가 없으므로)

5. 도체 표면의 전기장은 도체 면에 수직이다.
(수직이 아니면 내부에 전류가 흐르게 됨)

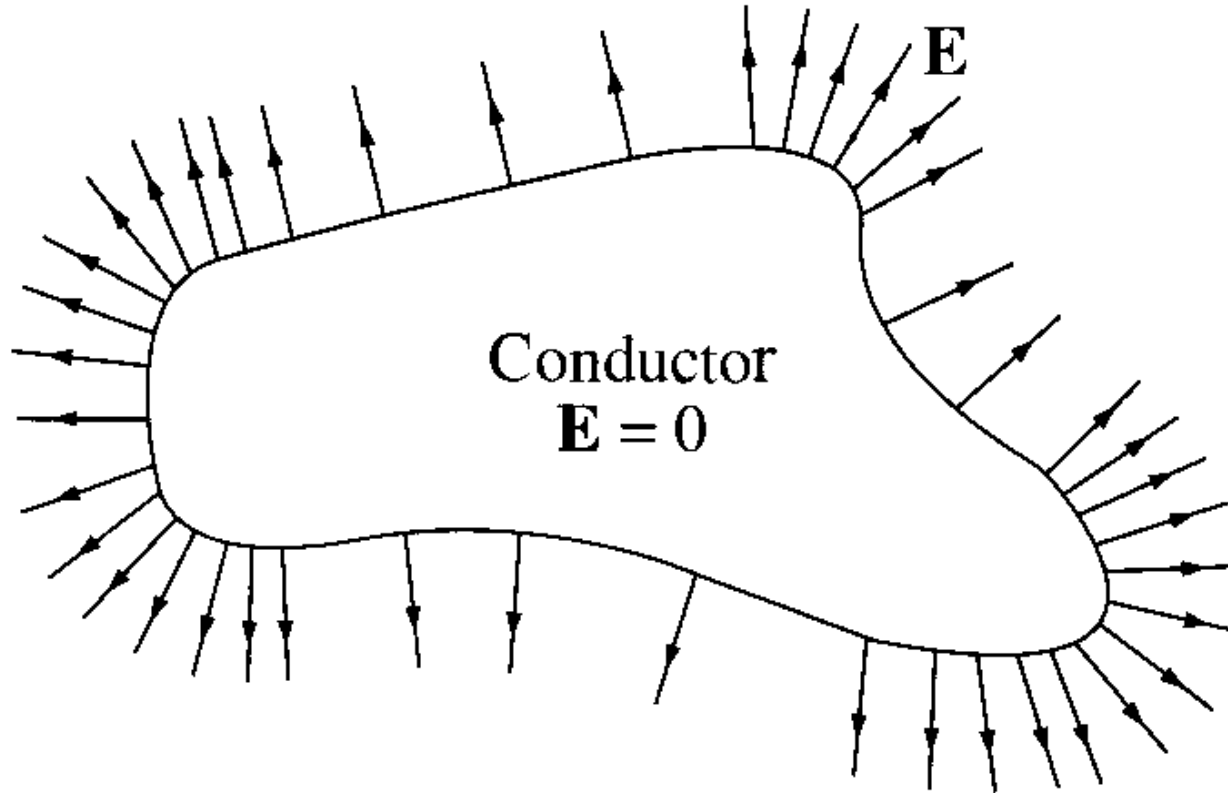
1. 도체의 내부에서 $\vec{E} = 0$ 이다.
(평형상태에서는 전류가 흐르지 않아야 하므로)

2. 도체의 내부에서 $\rho = 0$ 이다.
(전기장이 없으므로 도체 내부에 가우스면을 잡으면 전하도 없어야 함)

3. 알짜전하는 표면에 있다.
(그러나 표면의 전하밀도는 균일하지 않을 수도 있음)

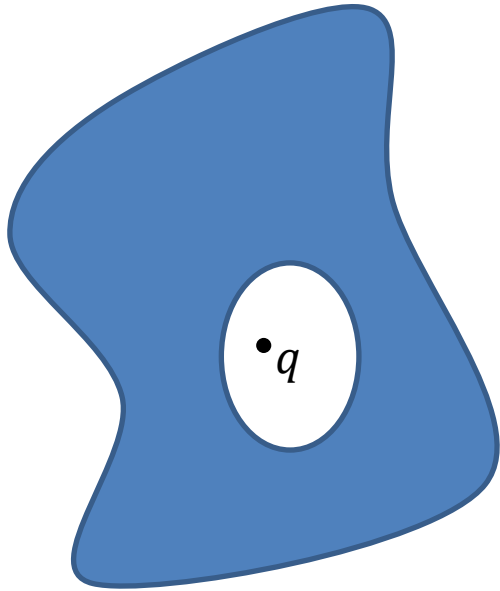
4. 도체 내부에서는 전위가 상수이다.
(전기장의 변화가 없으므로)

5. 도체 표면의 전기장은 도체 면에 수직이다.
(수직이 아니면 내부에 전류가 흐르게 됨)



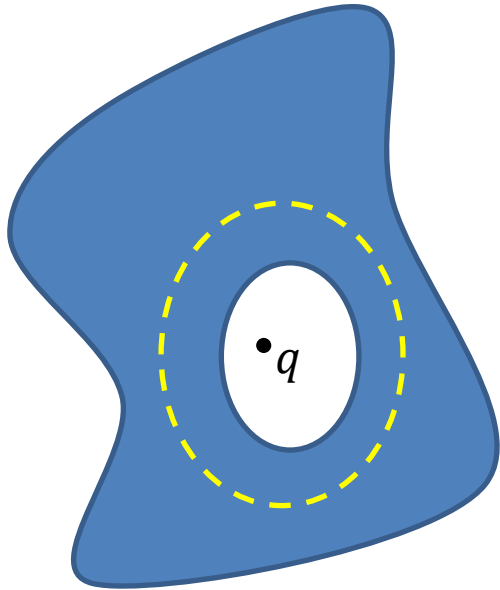
도체 주변의 전기장은 전형적으로 위의 그림과 같습니다.

예: 유도전하



왼쪽 그림과 같이 도체 안에 공동이 있고,
그 공동 안에 전하 q 가 들어있다고 합시다.

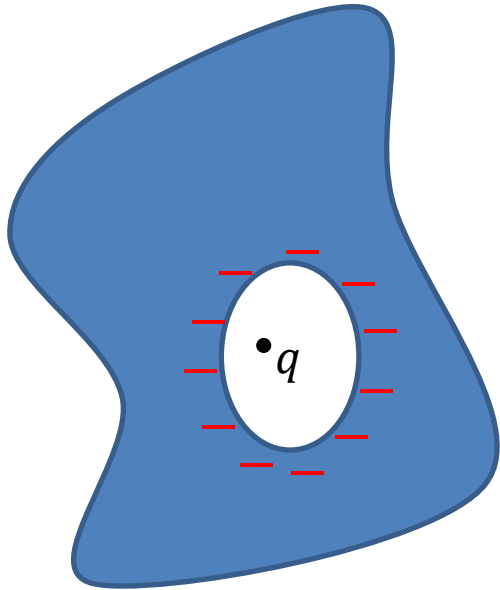
예: 유도전하



왼쪽 그림과 같이 도체 안에 공동이 있고,
그 공동 안에 전하 q 가 들어있다고 합시다.

도체 내부의 전기장은 0이 되기 때문에,
왼쪽 점선과 같이 가우스면을 잡으면
그 내부의 알짜 전하는 0이 되어야 합니다.

예: 유도전하

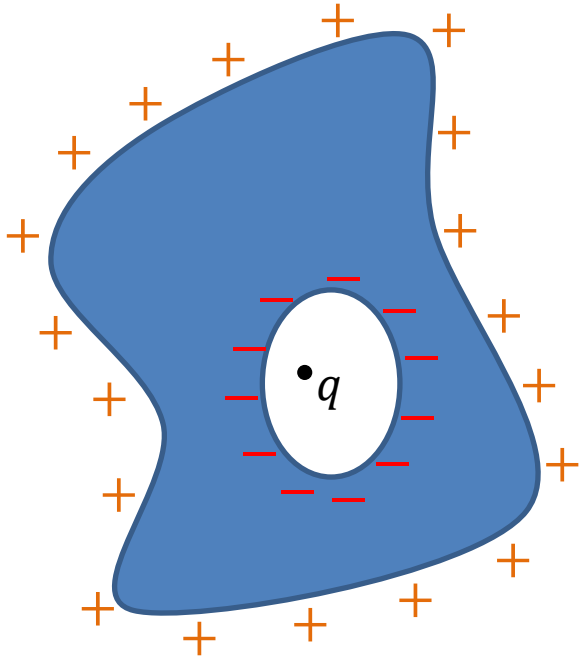


왼쪽 그림과 같이 도체 안에 공동이 있고,
그 공동 안에 전하 q 가 들어있다고 합시다.

도체 내부의 전기장은 0이 되기 때문에,
왼쪽 점선과 같이 가우스면을 잡으면
그 내부의 알짜 전하는 0이 되어야 합니다.

따라서 공동의 표면에는 총 전하량 $-q$ 의
표면 전하가 유도되어야 합니다.

예: 유도전하

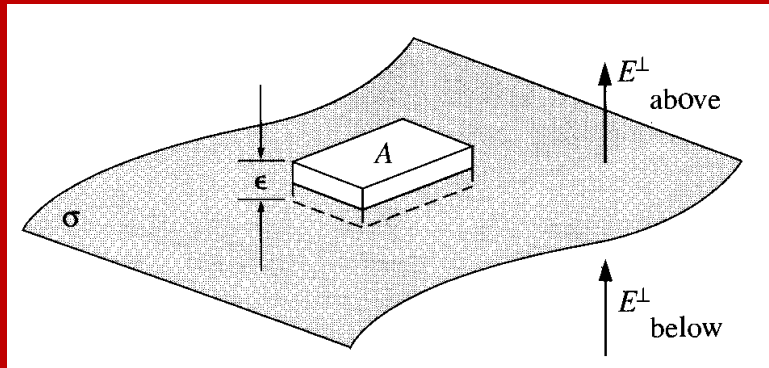


왼쪽 그림과 같이 도체 안에 공동이 있고,
그 공동 안에 전하 q 가 들어있다고 합시다.

도체 내부의 전기장은 0이 되기 때문에,
왼쪽 점선과 같이 가우스면을 잡으면
그 내부의 알짜 전하는 0이 되어야 합니다.

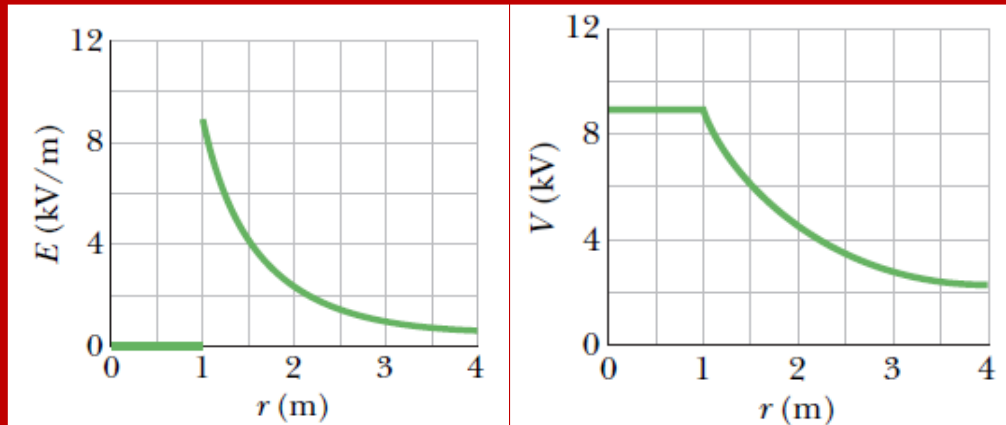
따라서 공동의 표면에는 총 전하량 $-q$ 의
표면 전하가 유도되어야 합니다.

마찬가지로 도체 밖을 가우스면으로 잡으면
알짜 전하가 있어야 하므로
도체 표면에 총 전하량 q 의 표면전하가 유도됩니다.



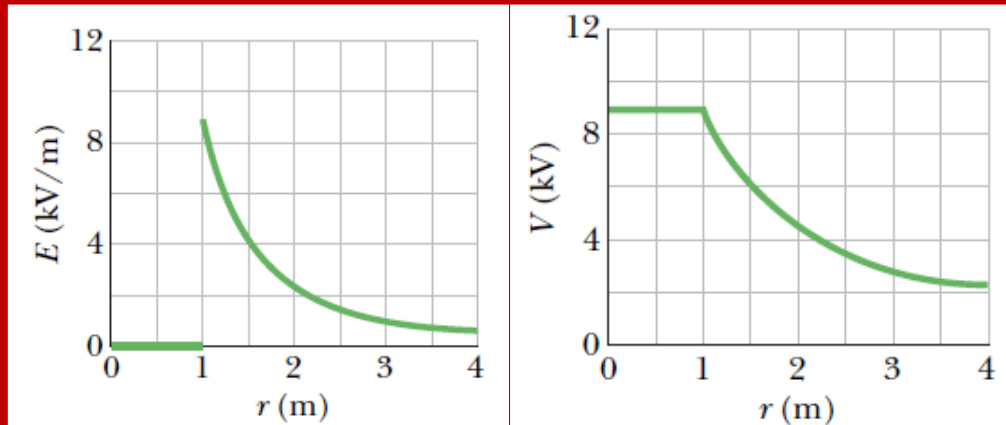
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$$

도체 내부에서는 전기장이 없으므로
도체 표면에서의 전기장은
가우스 법칙을 사용해서
위와 같이 구할 수 있습니다.



$$\begin{aligned} \nabla V_+ - \nabla V_- &= -(\vec{E}_+ - \vec{E}_-) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n} \\ &= \left(\frac{\partial V_+}{\partial n} - \frac{\partial V_-}{\partial n} \right) \hat{n} \end{aligned}$$

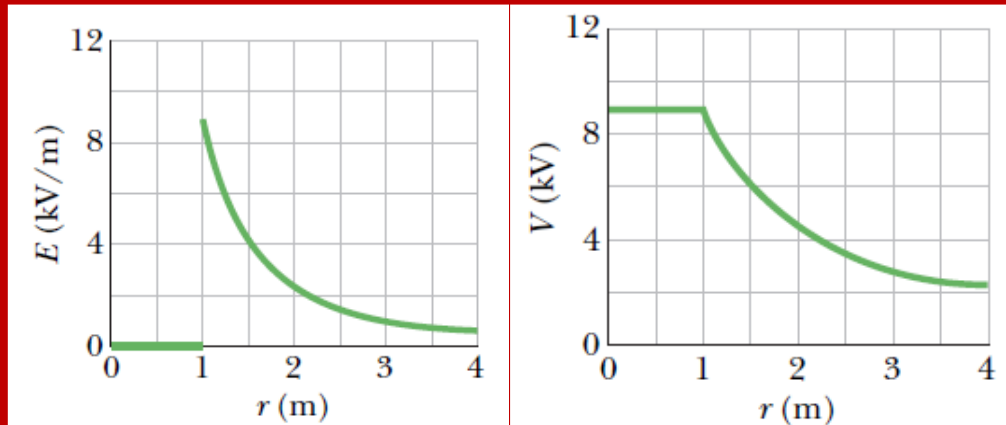
그런데 도체 표면을 전후로 해서
전기장은 불연속이지만 전기 퍼텐셜은 연속이 됩니다.
그러나 미분은 불가능합니다.



$$\nabla V_+ - \nabla V_- = -(\vec{E}_+ - \vec{E}_-) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$$

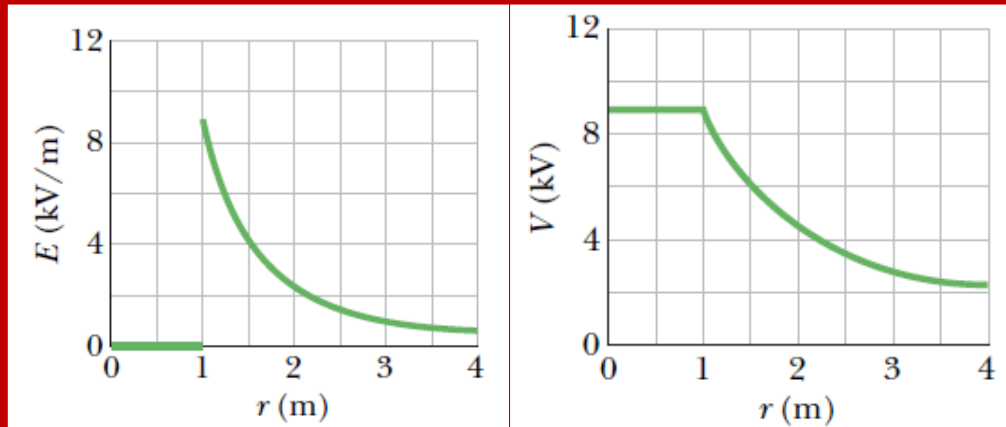
$$= \left(\frac{\partial V_+}{\partial n} - \frac{\partial V_-}{\partial n} \right) \hat{n}$$

도체 내부에서 전기장이 0이고
전기 퍼텐셜은 상수라는 점을 사용하면
위의 식은 좀 더 단순해집니다.



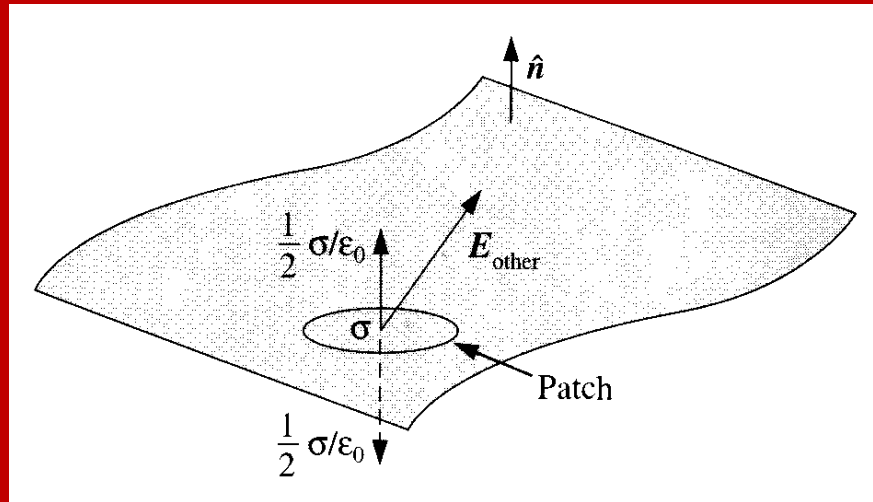
$$\frac{\partial V_+}{\partial n} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

도체 내부에서 **전기장**이 0이고
전기 퍼텐셜은 **상수**라는 점을 사용하면
위의 식은 좀 더 단순해집니다.



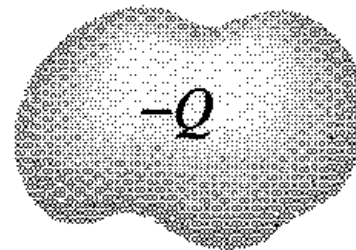
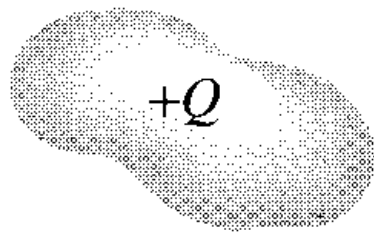
$$\sigma = -\epsilon_0 \frac{\partial V_+}{\partial n}$$

또는 위와 같이 표현됩니다.

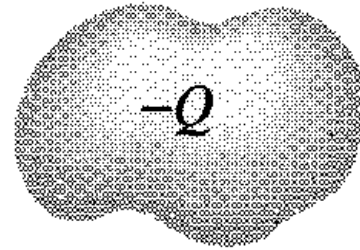
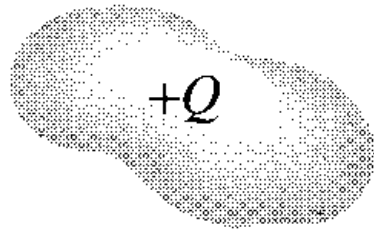


$$\vec{f} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \hat{n}$$

한 편, 표면전하는 전기장에 놓여 있으므로
압력(정전기 압력)을 받게 됩니다.

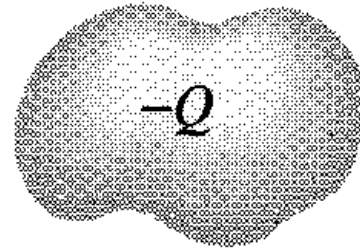
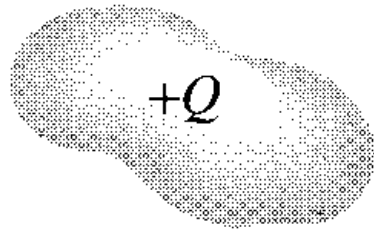


마지막으로 도체들이 배열되어 있고,
도체들의 기하학적 구조가 변하지 않을 때,
에너지가 어떻게 되는지를 고려해 봅시다.



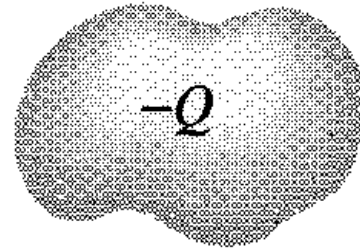
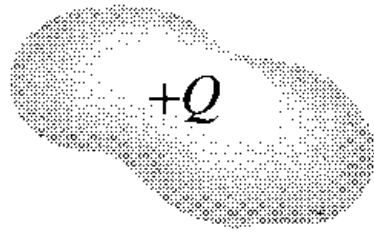
$$V = V_+ - V_- = - \int_{(-)}^{(+)} \vec{E} \cdot d\vec{s} \propto Q$$

이 경우 주어진 전위에 대해 대전되는 전하의 양이 정해집니다.



$$C \equiv \frac{Q}{V}$$

따라서 전하와 전위 사이의 비율을 **전기용량**capacitance으로 정의하면
전기용량은 도체들의 기하학적 구조에만 의존하게 됩니다.

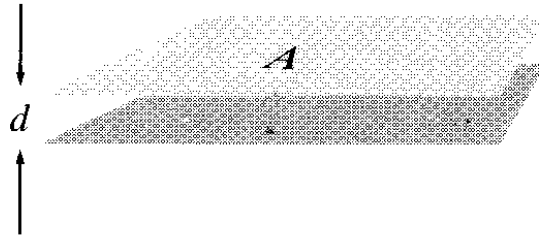


$$dW = \frac{q}{C} dq$$

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2$$

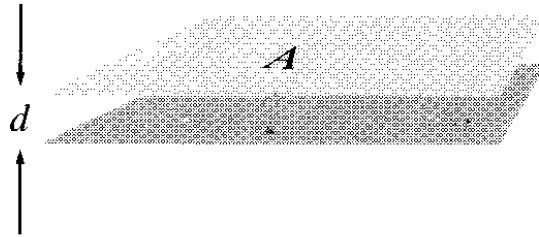
그러면 이러한 도체구조물, 또는 축전기capacitor의 에너지는
위와 같이 계산됩니다.

예1: 평행판 축전기



$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

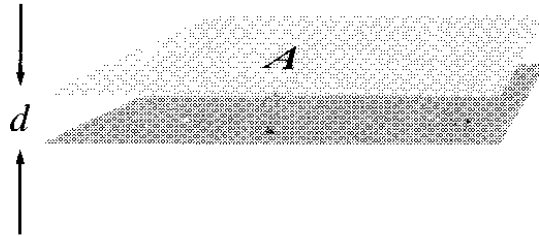
예1: 평행판 축전기



$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$V = \frac{Q}{\epsilon_0 A} d$$

예1: 평행판 축전기

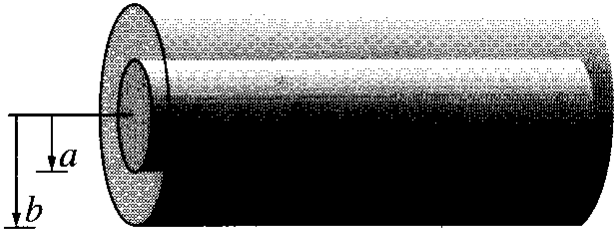


$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$V = \frac{Q}{\epsilon_0 A} d$$

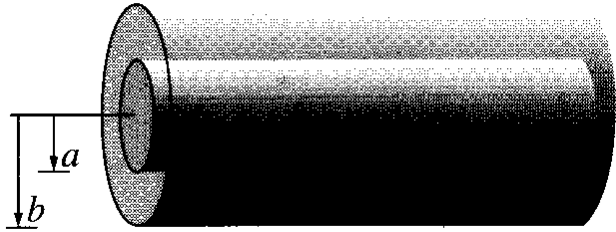
$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

예2: 원통형 축전기



$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r L}$$

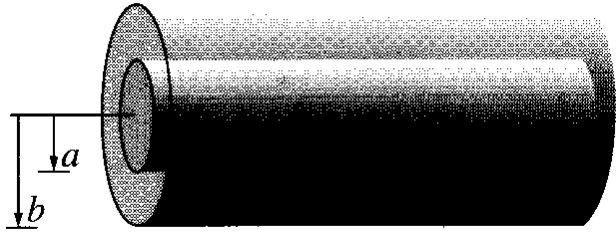
예2: 원통형 축전기



$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r L}$$

$$V = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_b^a \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{b}{a}$$

예2: 원통형 축전기

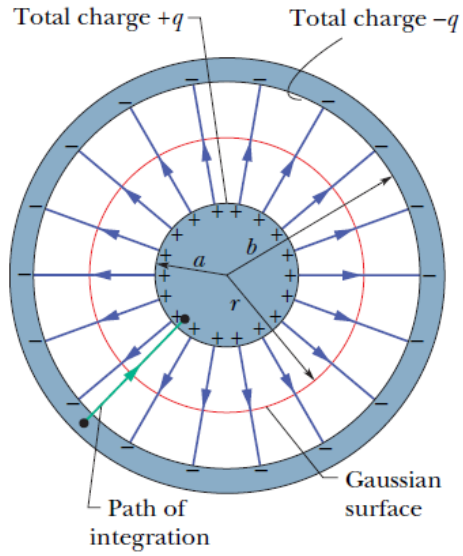


$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r L}$$

$$V = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_b^a \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{b}{a}$$

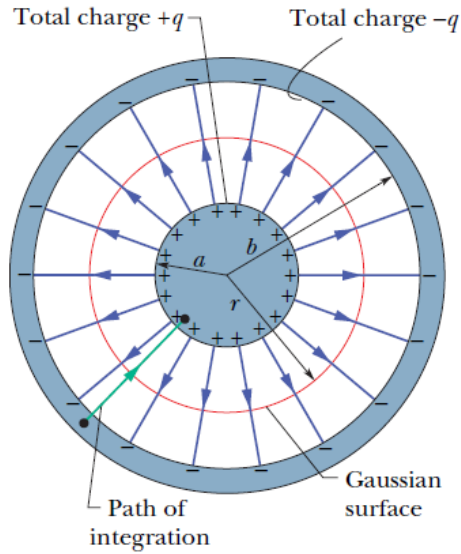
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$

예3: 구형 축전기



$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

예3: 구형 축전기

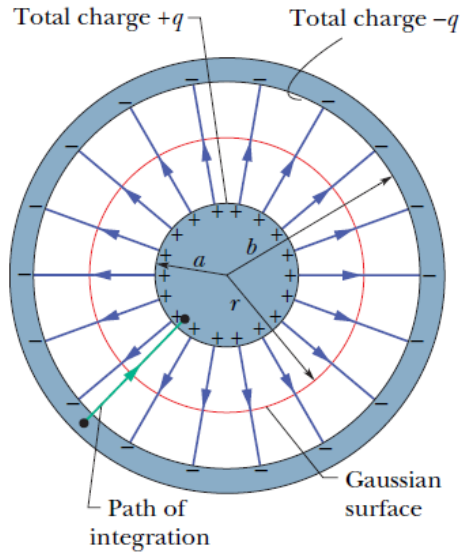


$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$V = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{1}{r^2} dr$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

예3: 구형 축전기



$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$V = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{1}{r^2} dr$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{ab}{b-a} \right)$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

미분

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} \end{aligned}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

미분

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\nabla V \\ \vec{B} &= \nabla \times \vec{A}\end{aligned}$$

미분

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j}\end{aligned}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{j} \quad \text{미분}$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$
$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad \text{미분}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad \text{미분}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{j} \quad \text{미분}$$

가우스 법칙

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

앙페르 법칙

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

미분

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{j} \quad \text{미분}$$

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$
$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad \text{미분}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad \text{미분}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

적분

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

미분

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

적분

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

쿨롱 법칙

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

비오-사바르 법칙

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

적분

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

미분

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

적분

쿨롱 법칙

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

비오-사바르 법칙

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

적분

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

적분

$$V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{E} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{B} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

원천

$$\rho(\vec{r}) \quad \vec{j}(\vec{r})$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

적분

쿨롱 법칙

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

비오-사바르 법칙

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

적분

미분방정식 풀기

퍼텐셜

$$V(\vec{r}) \quad \vec{A}(\vec{r})$$

장

$$\vec{E}(\vec{r}) \quad \vec{B}(\vec{r})$$

적분

$$V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{E} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{B} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

감사합니다