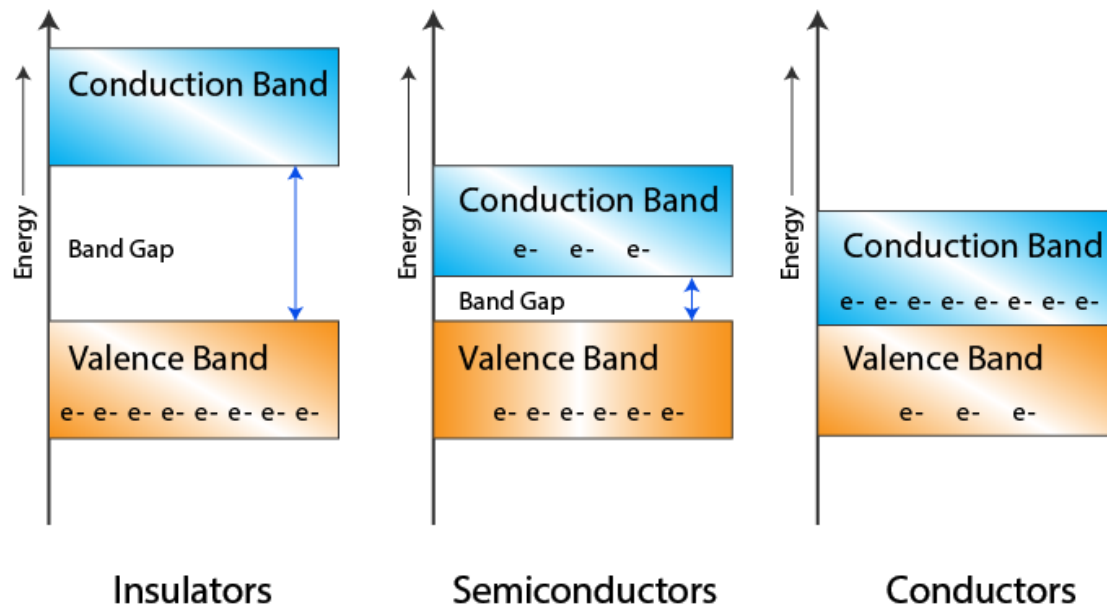


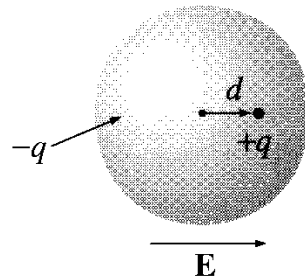
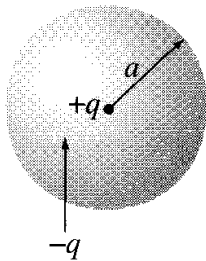
제4장

물질 속의 정전기장



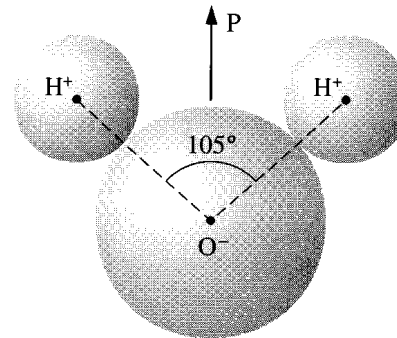
전기적 성질에 따라 물질을 분류하면
 도체conductor, 부도체insulator (또는 유전체dielectric),
 반도체semi-conductor, 또는 초전도체superconductor 등으로
 나누어 볼 수 있습니다.

유전체에서는 자유전자가 움직이지 못하지만,
대신에 쌍극자가 방향을 바꿈으로써 흥미로운 차이를 보여줍니다.
여기에 대해서 자세히 살펴봅시다.



$$\vec{p} = \alpha \vec{E}$$

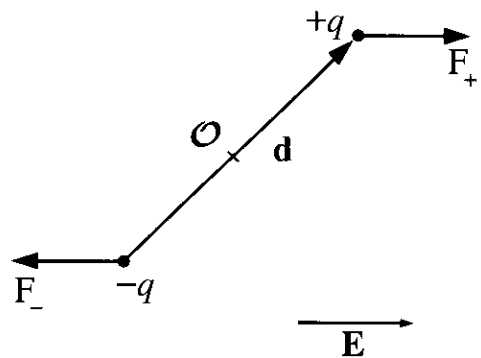
원자의 유도 쌍극자모멘트



$$\vec{p} = \alpha_{\perp} \vec{E}_{\perp} + \alpha_{\parallel} \vec{E}_{\parallel}$$

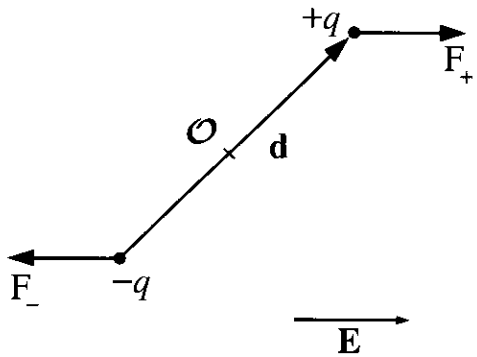
분자의 유도 쌍극자모멘트

원자와 분자는 구조에 따라 **편극성**polarizability을 가지고 있어서
쌍극자로 근사하는 것이 가능합니다.



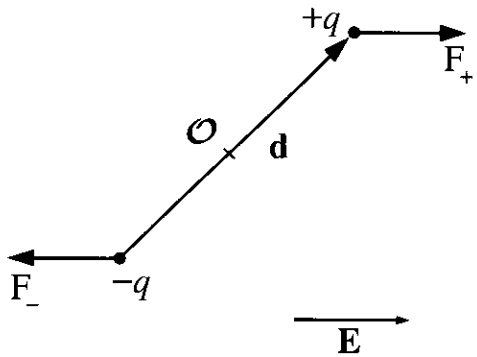
$$\vec{\tau} = \frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_+ + \frac{-\vec{d}}{2} \times \vec{F}_-$$

쌍극자는 외부의 전기장에 의해 **토크**를 받게 됩니다.



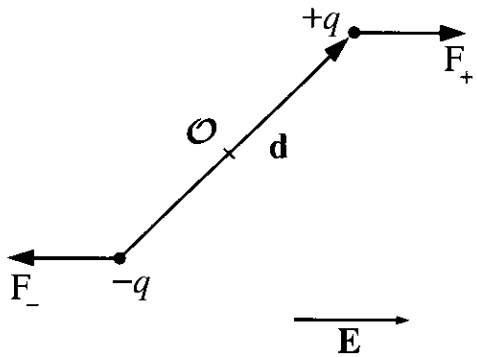
$$\begin{aligned}\vec{\tau} &= \frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_+ + \frac{-\vec{d}}{2} \times \vec{F}_- \\ &= \frac{q}{2} (\vec{d} \times \vec{E}) + \frac{q}{2} (\vec{d} \times \vec{E})\end{aligned}$$

쌍극자는 외부의 전기장에 의해 **토크**를 받게 됩니다.



$$\begin{aligned}
 \vec{\tau} &= \frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_+ + \frac{-\vec{d}}{2} \times \vec{F}_- \\
 &= \frac{q}{2} (\vec{d} \times \vec{E}) + \frac{q}{2} (\vec{d} \times \vec{E}) \\
 &= q (\vec{d} \times \vec{E})
 \end{aligned}$$

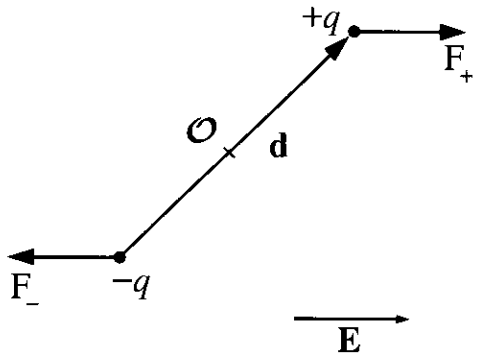
쌍극자는 외부의 전기장에 의해 **토크**를 받게 됩니다.



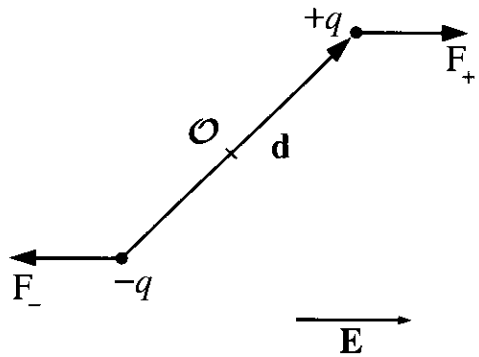
$$\begin{aligned}
 \vec{\tau} &= \frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_+ + \frac{-\vec{d}}{2} \times \vec{F}_- \\
 &= \frac{q}{2} (\vec{d} \times \vec{E}) + \frac{q}{2} (\vec{d} \times \vec{E}) \\
 &= q (\vec{d} \times \vec{E}) \\
 &= \vec{p} \times \vec{E}
 \end{aligned}$$

쌍극자는 외부의 전기장에 의해 **토크**를 받게 됩니다.

$$\vec{F} = \vec{F}_+ + \vec{F}_-$$

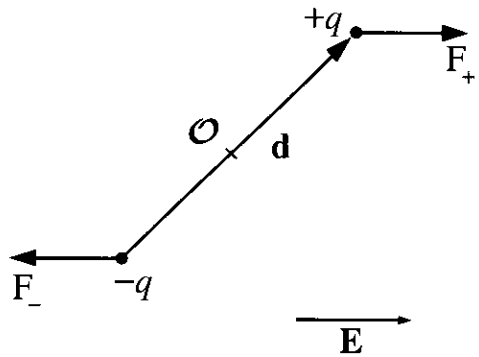


그리고 전기장이 균일하지 않을 경우
알짜힘도 받게 됩니다.



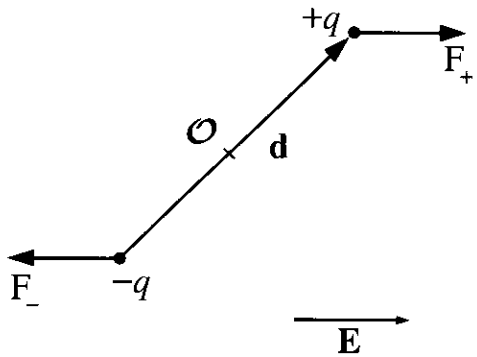
$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_+ + \vec{F}_- \\ &= q(\vec{E}_+ - \vec{E}_-)\end{aligned}$$

그리고 전기장이 균일하지 않을 경우
알짜힘도 받게 됩니다.



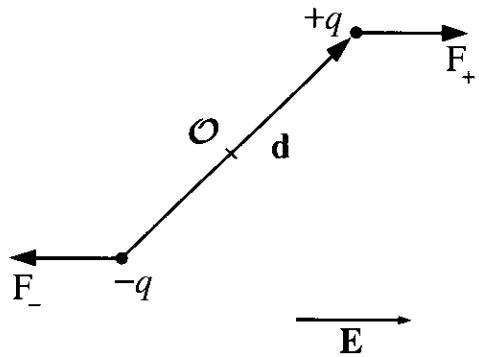
$$\begin{aligned}
 \vec{F} &= \vec{F}_+ + \vec{F}_- \\
 &= q(\vec{E}_+ - \vec{E}_-) \\
 &= q\Delta\vec{E}
 \end{aligned}$$

그리고 전기장이 균일하지 않을 경우
알짜힘도 받게 됩니다.



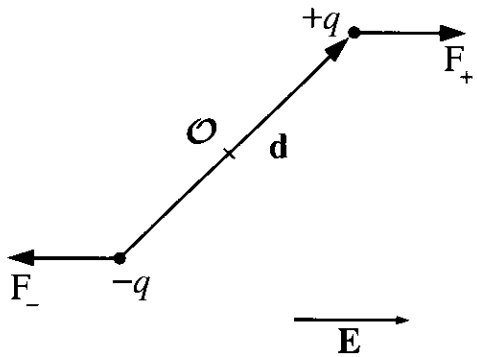
$$\begin{aligned}
 \vec{F} &= \vec{F}_+ + \vec{F}_- \\
 &= q(\vec{E}_+ - \vec{E}_-) \\
 &= q\Delta\vec{E} \\
 &= q(\vec{d} \cdot \nabla)\vec{E}
 \end{aligned}$$

그리고 전기장이 균일하지 않을 경우
알짜힘도 받게 됩니다.



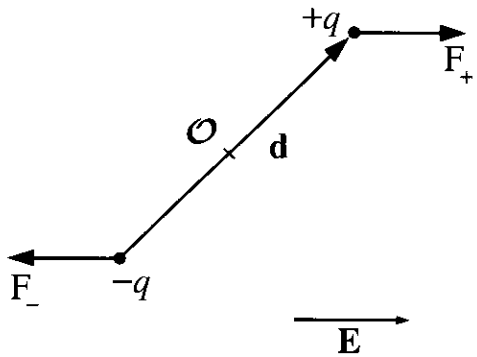
$$\begin{aligned}
 \vec{F} &= \vec{F}_+ + \vec{F}_- \\
 &= q(\vec{E}_+ - \vec{E}_-) \\
 &= q\Delta\vec{E} \\
 &= q(\vec{d} \cdot \nabla)\vec{E} \\
 &= (\vec{p} \cdot \nabla)\vec{E}
 \end{aligned}$$

그리고 전기장이 균일하지 않을 경우
알짜힘도 받게 됩니다.



$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} + \vec{r} \times \vec{F}$$

따라서 일반적으로 **토크**는 위와 같이 주어집니다.



$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

그리고 외부 전기장에 의해 생기는 에너지는
다음과 같습니다.

이러한 쌍극자가 연속으로 분포하고 있다면
위와 같은 단위부피당 쌍극자모멘트를 정의하는 게 편리합니다.
이것을 편극밀도polarization라고 합니다.

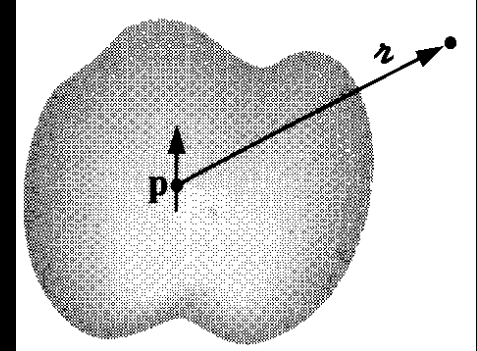
$$\vec{P}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \widehat{(\vec{r} - \vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2}$$

이것을 사용해서 전위를 다시 표현해 봅시다.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \widehat{(\vec{r} - \vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2}$$

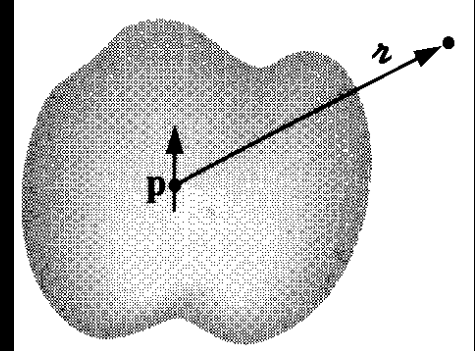
$$\rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot \widehat{(\vec{r} - \vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} d^3r'$$



$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \widehat{(\vec{r} - \vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot \widehat{(\vec{r} - \vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} d^3r'$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \vec{P}(\vec{r}') \cdot \left(\nabla_{r'} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d^3r'$$

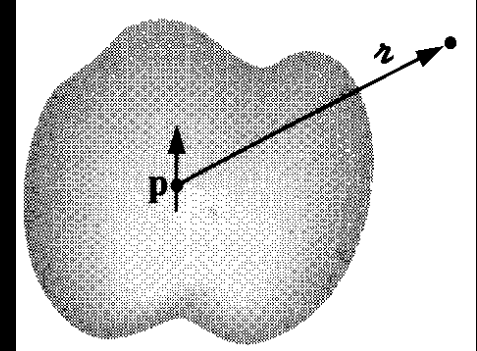


$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \widehat{(\vec{r} - \vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot \widehat{(\vec{r} - \vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} d^3r'$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \vec{P}(\vec{r}') \cdot \left(\nabla_{r'} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d^3r'$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_V \nabla_{r'} \cdot \left(\frac{\vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d^3r' - \int_V \frac{\nabla_{r'} \cdot \vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \right]$$



$$\nabla \cdot (f\vec{A}) = f(\nabla \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\nabla f)$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \widehat{(\vec{r} - \vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2}$$

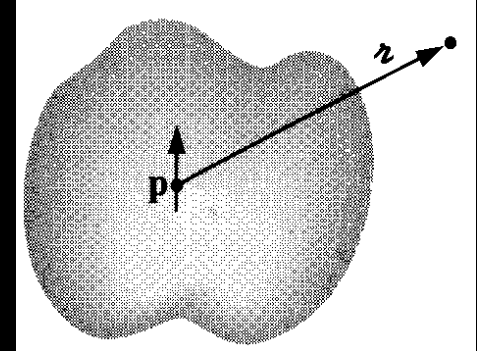
$$\rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\vec{P}(\vec{r}') \cdot \widehat{(\vec{r} - \vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} d^3r'$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \vec{P}(\vec{r}') \cdot \left(\nabla_{r'} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d^3r'$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_V \nabla_{r'} \cdot \left(\frac{\vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) d^3r' - \int_V \frac{\nabla_{r'} \cdot \vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \right]$$

가우스 정리

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\oint_{\mathcal{A}} \left(\frac{\vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \cdot d\vec{A}' - \int_V \frac{\nabla_{r'} \cdot \vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \right]$$



$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \widehat{(\vec{r} - \vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \\
 &\rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\oint_{\mathcal{A}} \left(\frac{\vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \cdot d\vec{A}' - \int_{\mathcal{V}} \frac{\nabla_{r'} \cdot \vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \right] \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\oint_{\mathcal{A}} \left(\frac{\sigma_b(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dA' + \int_{\mathcal{V}} \frac{\rho_b(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \right]
 \end{aligned}$$

$$\sigma_b \equiv \vec{P}(\vec{r}) \cdot \hat{n}$$

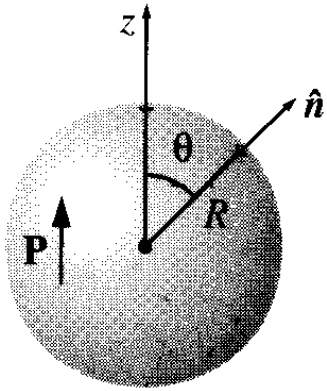
$$\rho_b \equiv -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

쌍극자의 배열에서 나오는 전하이므로
전하가 실제로 움직이지는 못합니다.
따라서 이것을 **속박전하** bound charge라고 합니다.

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot (\widehat{\vec{r} - \vec{r}'})}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \\
&\rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\oint_{\mathcal{A}} \left(\frac{\vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \cdot d\vec{A}' - \int_{\mathcal{V}} \frac{\nabla_{r'} \cdot \vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\oint_{\mathcal{A}} \left(\frac{\sigma_b(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dA' + \int_{\mathcal{V}} \frac{\rho_b(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \right]
\end{aligned}$$

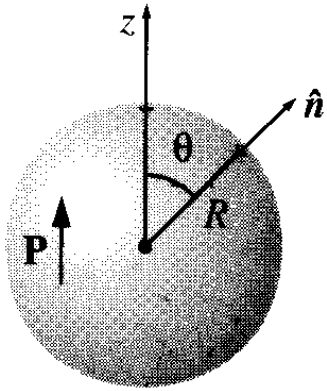
따라서 쌍극자들의 분포가 만드는 전위는
속박된 전하가 만드는 전위와 같습니다.

예: 균일하게 편극된 구



$\vec{P}$ 가 균일하면 $-\nabla \cdot \vec{P} = \rho_b = 0$ 이 됩니다.

예: 균일하게 편극된 구

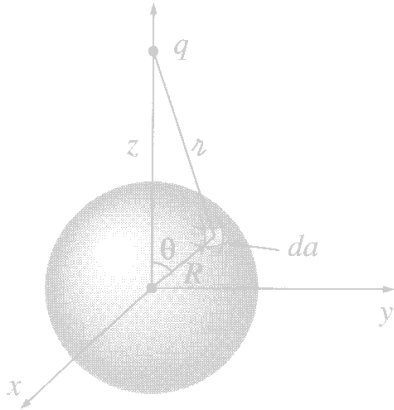


$\vec{P}$ 가 균일하면 $-\nabla \cdot \vec{P} = \rho_b = 0$ 이 됩니다.

그러나 표면전하는 0이 아닌 값이 됩니다.

$$\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n} = P \cos \theta$$

예4: $\sigma(\theta)$ 가 주어진 반지름 R 의 구각



$$\left. \frac{\partial V_+}{\partial r} \right|_{r=R} - \left. \frac{\partial V_-}{\partial r} \right|_{r=R} = -\frac{\sigma_0(\theta)}{\epsilon_0}$$

$$= -\sum_{\ell=0}^{\infty} (\ell + 1) \frac{B_{\ell}}{R^{\ell+2}} P_{\ell}(\cos \theta) - \sum_{\ell=0}^{\infty} \ell A_{\ell} R^{\ell-1} P_{\ell}(\cos \theta)$$

$$B_{\ell} = A_{\ell} R^{2\ell+1} \quad = -\sum_{\ell=0}^{\infty} (\ell + 1) \frac{A_{\ell} R^{2\ell+1}}{R^{\ell+2}} P_{\ell}(\cos \theta) - \sum_{\ell=0}^{\infty} \ell A_{\ell} R^{\ell-1} P_{\ell}(\cos \theta)$$

$$= -\sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) A_{\ell} R^{\ell-1} P_{\ell}(\cos \theta)$$

$$\therefore A_{\ell} = \frac{1}{2\epsilon_0 R^{\ell-1}} \int_0^{\pi} \sigma_0(\theta) P_{\ell}(\cos \theta) \sin \theta d\theta$$

$\sigma_0(\theta) = P \cos \theta$ 인 경우 $\ell = 1$ 인 경우만 A_ℓ 이 0이 아니게 되고,

$$A_1 = \frac{P}{3\epsilon_0}$$

를 얻게 됩니다. 따라서 여기에 해당하는 내부와 외부의 전위는

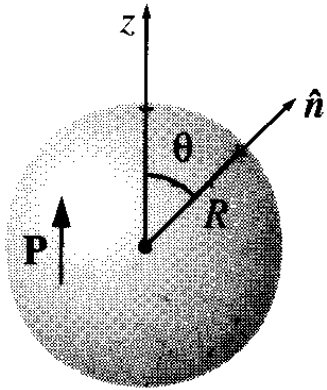
$$V(r \leq R) = \frac{P}{3\epsilon_0} r \cos \theta$$

$$V(r \geq R) = \frac{P}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2} \cos \theta$$

와 같이 주어집니다.

$$\therefore A_\ell = \frac{1}{2\epsilon_0 R^{\ell-1}} \int_0^\pi \sigma_0(\theta) P_\ell(\cos \theta) \sin \theta d\theta$$

예: 균일하게 편극된 구



$\vec{P}$ 가 균일하면 $-\nabla \cdot \vec{P} = \rho_b = 0$ 이 됩니다.

그러나 표면전하는 0이 아닌 값이 됩니다.

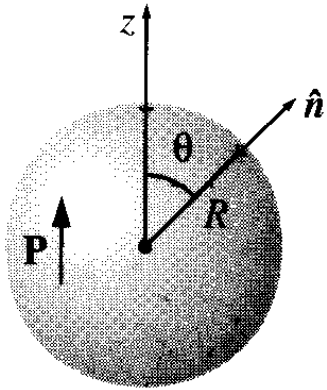
$$\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n} = P \cos \theta$$

따라서 구의 내부와 외부에서는 전위가 다음과 같습니다.

$$V = \frac{P}{3\epsilon_0} r \cos \theta \quad (r \leq R)$$

$$= \frac{P}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2} \cos \theta \quad (r \geq R)$$

예: 균일하게 편극된 구



$\vec{P}$ 가 균일하면 $-\nabla \cdot \vec{P} = \rho_b = 0$ 이 됩니다.

그러나 표면전하는 0이 아닌 값이 됩니다.

$$\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n} = P \cos \theta$$

따라서 구의 내부와 외부에서는 전위가 다음과 같습니다.

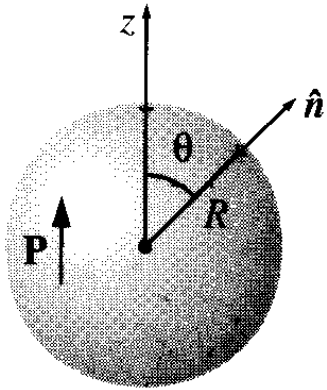
$$V = \frac{P}{3\epsilon_0} r \cos \theta \quad (r \leq R)$$

$$= \frac{P}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2} \cos \theta \quad (r \geq R)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{p} = \frac{4}{3}\pi R^3 \vec{P}$$

예: 균일하게 편극된 구



$\vec{P}$ 가 균일하면 $-\nabla \cdot \vec{P} = \rho_b = 0$ 이 됩니다.

그러나 표면전하는 0이 아닌 값이 됩니다.

$$\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n} = P \cos \theta$$

따라서 구의 내부와 외부에서는 전위가 다음과 같습니다.

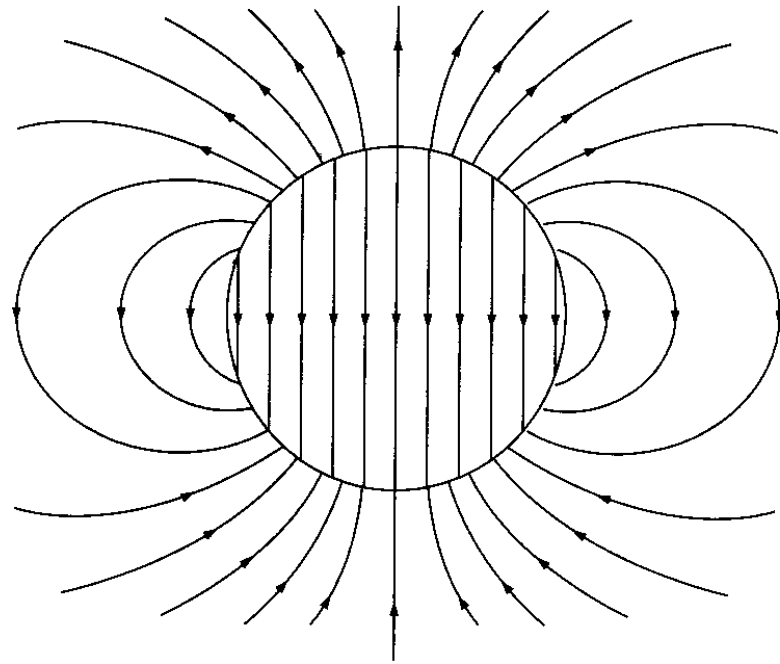
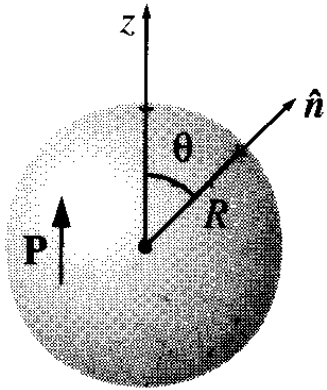
$$V = \frac{P}{3\epsilon_0} r \cos \theta \quad (r \leq R)$$

$$= \frac{P}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2} \cos \theta \quad (r \geq R)$$

그러면 구 내부의 전기장은 다음과 같습니다.

$$\vec{E} = -\nabla V = -\frac{P}{3\epsilon_0} \hat{z} = -\frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$$

예: 균일하게 편극된 구



내부의 전기장을 줄이는 쪽으로
유전체 내부의 속박전하가 유도됩니다.

그러면 구 내부의 전기장은 다음과 같습니다.

$$\vec{E} = -\nabla V = -\frac{P}{3\epsilon_0} \hat{z} = -\frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$$

$$\rho = \rho_b + \rho_f$$

총 전하는 속박전하와 자유전하의 합으로 기술됩니다.

$$\begin{aligned}\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} &= \rho = \rho_b + \rho_f \\ &= -\nabla \cdot \vec{P} + \rho_f\end{aligned}$$

따라서 가우스 법칙은 다음과 같습니다.

$$\begin{aligned}\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} &= \rho = \rho_b + \rho_f \\ &= -\nabla \cdot \vec{P} + \rho_f\end{aligned}$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_f$$

또는 자유전하의 밀도에 대해 위와 같이 쓸 수 있습니다.

$$\begin{aligned}\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} &= \rho = \rho_b + \rho_f \\ &= -\nabla \cdot \vec{P} + \rho_f\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\underbrace{\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}_{\equiv \vec{D}}) &= \rho_f\end{aligned}$$

여기에서 대체전기장 또는 전기 변위^{electric displacement},
또는 이른바 D-장^{D-field}을 정의할 수 있습니다.

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f$$

$$\oint_{\mathcal{A}} \vec{D} \cdot d\vec{A} = q_f$$

그러면 새로운 형태의 가우스 법칙을
대체전기장을 사용해서 적을 수 있습니다.
그러면 방정식의 우변은 오직 자유전하에 대한 것이 됩니다.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

만일 편극밀도가 전기장에 선형적으로 비례하는 관계에 있다면,
즉 선형유전체라면, 기술 방식이 좀 더 단순해집니다.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

전기감수율

이 때의 비례상수를 전기 감수율electric susceptibility이라고 합니다.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

전기감수율

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

일반적으로 전기장과 편극 밀도가
 위와 같은 감수율 텐서(susceptibility tensor)에 의해 관계됩니다.
 그러나 우리는 편의상
 전기감수율이 상수인 경우만 다룰 것입니다.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

그러면 대체 전기장을 다시 적을 수 있습니다.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$= \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$= \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$= \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$= \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$= \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

$$= \epsilon_0 \kappa \vec{E}$$

상대 유전율relative permittivity
또는 유전 상수dielectric constant

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$= \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

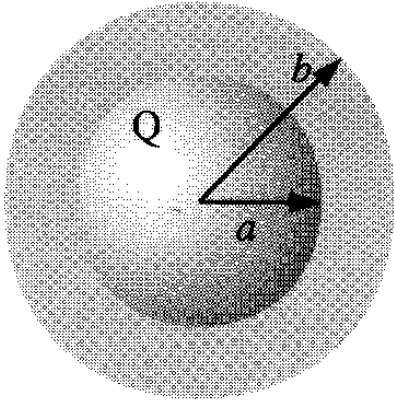
$$= \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

$$= \epsilon_0 \kappa \vec{E}$$

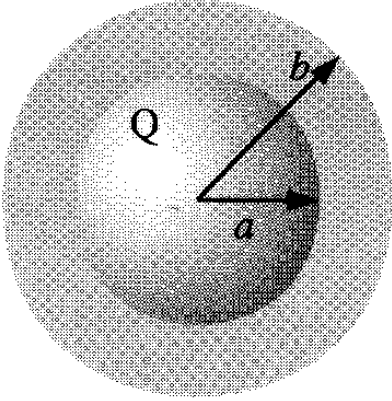
유전율 permittivity

$$= \epsilon \vec{E}$$

예1: 유전체로 둘러싸인 도체구



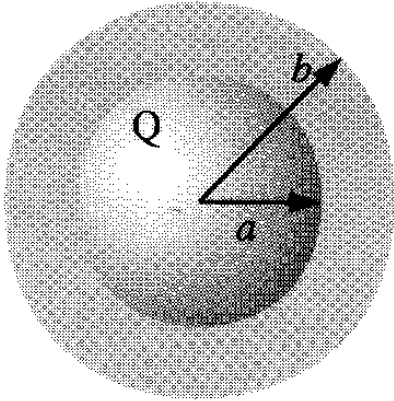
예1: 유전체로 둘러싸인 도체구



$\vec{D}$ 는 자유전자만으로 결정됩니다.

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{r} \quad (r > a)$$

예1: 유전체로 둘러싸인 도체구



$\vec{D}$ 는 자유전자만으로 결정됩니다.

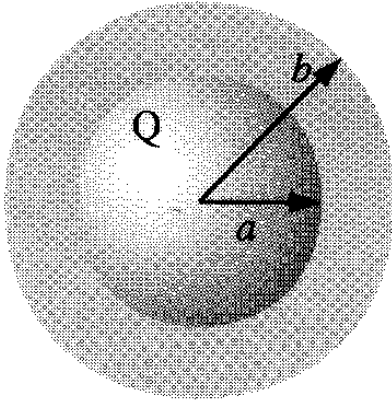
$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{r} \quad (r > a)$$

그 다음, $\vec{D}$ 와 $\vec{E}$ 의 관계로부터 전기장을 구합니다.

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r} \quad (a < r < b)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (b < r)$$

예1: 유전체로 둘러싸인 도체구



$\vec{D}$ 는 자유전자만으로 결정됩니다.

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{r} \quad (r > a)$$

그 다음, $\vec{D}$ 와 $\vec{E}$ 의 관계로부터 전기장을 구합니다.

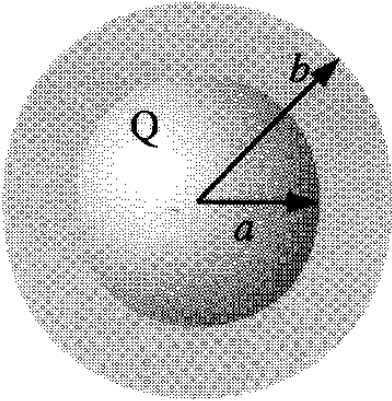
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r} \quad (a < r < b)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (b < r)$$

이것으로부터 구의 중심에서의 전위를 구할 수 있습니다.

$$V \Big|_{r=0} = - \int_{-\infty}^0 \underbrace{\vec{E} \cdot d\vec{s}}_{d\vec{s} = \hat{r} dr} = - \int_{-\infty}^b \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr - \int_b^a \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} dr - \int_a^0 0 dr$$

예1: 유전체로 둘러싸인 도체구



$\vec{D}$ 는 자유전자만으로 결정됩니다.

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{r} \quad (r > a)$$

그 다음, $\vec{D}$ 와 $\vec{E}$ 의 관계로부터 전기장을 구합니다.

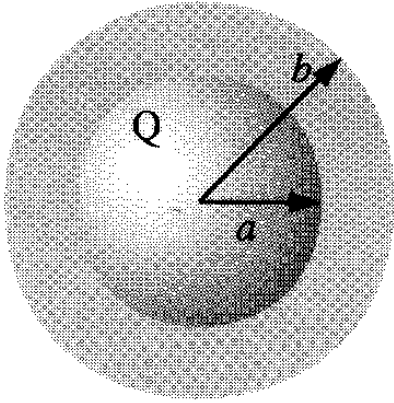
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r} \quad (a < r < b)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (b < r)$$

이것으로부터 구의 중심에서의 전위를 구할 수 있습니다.

$$\begin{aligned} V \Big|_{r=0} &= - \int_{-\infty}^0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_{-\infty}^b \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr - \int_b^a \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} dr - \int_a^0 0 dr \\ &\quad \text{d}\vec{s} = \hat{r} dr \\ &= \frac{Q}{4\pi} \left(\frac{1}{\epsilon_0 b} + \frac{1}{\epsilon a} - \frac{1}{\epsilon b} \right) \end{aligned}$$

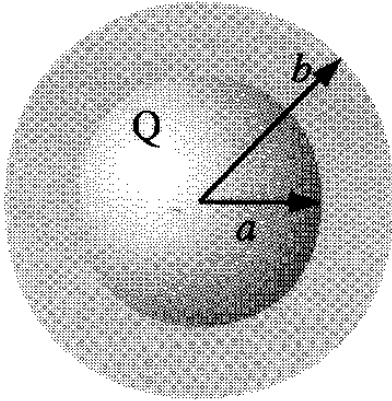
예1: 유전체로 둘러싸인 도체구



유전체의 영역에서는 $\vec{P}$ 도 역시 쉽게 구할 수 있습니다.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} = \frac{\epsilon_0 \chi Q}{4\pi \epsilon r^2} \hat{r}$$

예1: 유전체로 둘러싸인 도체구



유전체의 영역에서는 $\vec{P}$ 도 역시 쉽게 구할 수 있습니다.

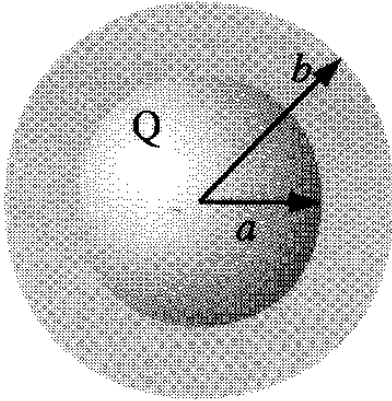
$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} = \frac{\epsilon_0 \chi Q}{4\pi \epsilon r^2} \hat{r}$$

그러면 전하 밀도는 다음과 같이 얻어집니다.

$$\rho_b = -\nabla \cdot \vec{P} = 0$$

$$\begin{aligned} \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n} &= \frac{\epsilon_0 \chi Q}{4\pi \epsilon b^2} & (r = b) \\ &= -\frac{\epsilon_0 \chi Q}{4\pi \epsilon a^2} & (r = a) \end{aligned}$$

예1: 유전체로 둘러싸인 도체구



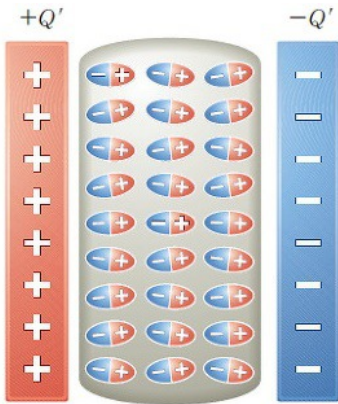
유전체의 영역에서는 $\vec{P}$ 도 역시 쉽게 구할 수 있습니다.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} = \frac{\epsilon_0 \chi Q}{4\pi \epsilon r^2} \hat{r}$$

그러면 전하 밀도는 다음과 같이 얻어집니다.

$$\rho_b = -\nabla \cdot \vec{P} = 0$$

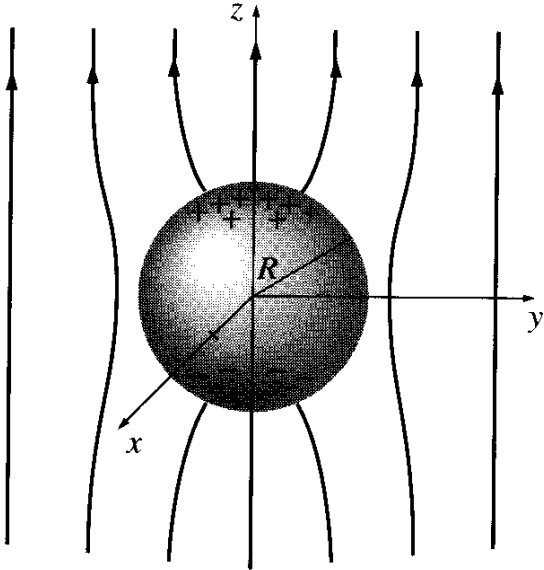
$$\begin{aligned} \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n} &= \frac{\epsilon_0 \chi Q}{4\pi \epsilon b^2} & (r = b) \\ &= -\frac{\epsilon_0 \chi Q}{4\pi \epsilon a^2} & (r = a) \end{aligned}$$



유전체 영역의 전하 밀도가 0이 되는 것은, 전기장이 균일하기 때문입니다.

그리고 유전체의 안쪽 면과 바깥쪽 면에 유도되는 표면 전하의 총량은 같고, 유도된 속박전하는 유전체 내부의 전기장을 약하게 한다는 것을 알 수 있습니다.

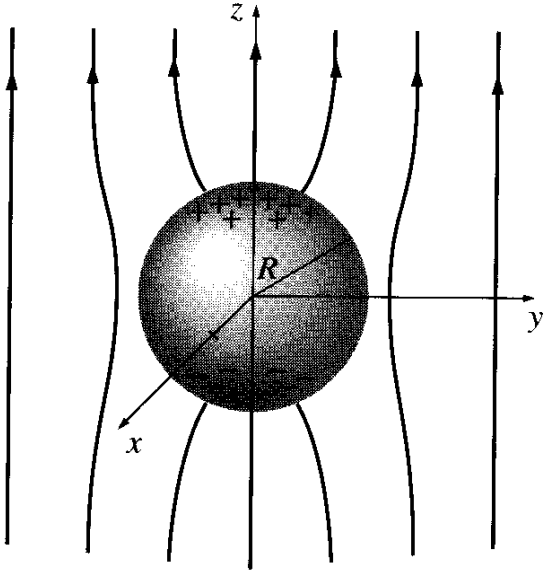
예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



우리는 지난 장에서 외부 전기장이 $\vec{E} = E_0 \hat{z}$ 로 주어진 도체구의 전위에 대해서 살펴보았습니다.

$$\therefore V(r, \theta) = -E_0 \left(r - \frac{R^3}{r^2} \right) \cos \theta$$

예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



이제 이 구가 유전체인 경우를 생각해봅시다.

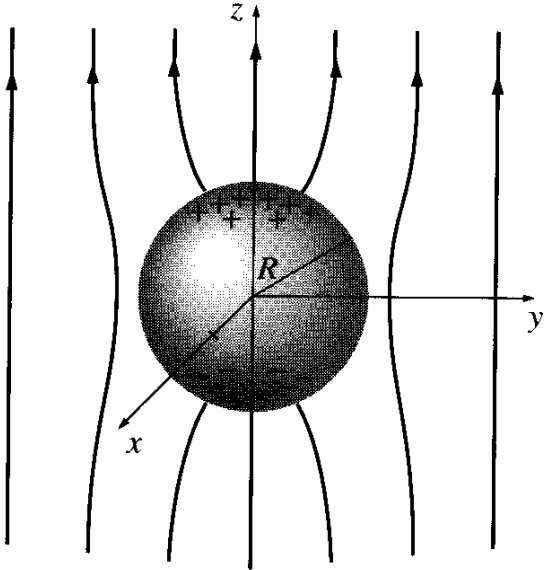
그러면 유전체 구 내부와 외부의 전기장이 **불연속**이 되고,
그 불연속인 부분은 경계조건을 만족해야 합니다.

$$V_- \Big|_{r=R} = V_+ \Big|_{r=R}$$

$$\epsilon \frac{\partial V_-}{\partial r} \Big|_{r=R} = \epsilon_0 \frac{\partial V_+}{\partial r} \Big|_{r=R} \quad (\text{유전체에서는 자유전하가 없으므로})$$

$$V_+ \Big|_{r \rightarrow \infty} = -E_0 r \cos \theta$$

예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



이제 이 구가 유전체인 경우를 생각해봅시다.

그러면 유전체 구 내부와 외부의 전기장이 **불연속**이 되고,
그 불연속인 부분은 경계조건을 만족해야 합니다.

$$V_- \Big|_{r=R} = V_+ \Big|_{r=R}$$

$$\epsilon \frac{\partial V_-}{\partial r} \Big|_{r=R} = \epsilon_0 \frac{\partial V_+}{\partial r} \Big|_{r=R} \quad (\text{유전체에서는 자유전하가 없으므로})$$

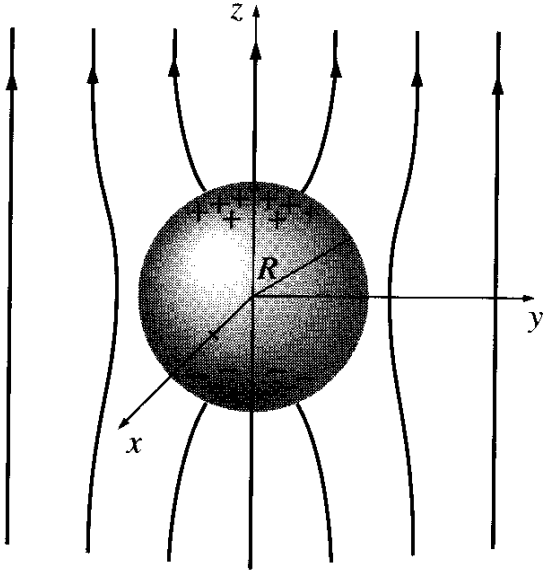
$$V_+ \Big|_{r \rightarrow \infty} = -E_0 r \cos \theta$$

여기에 유전체 **내부**와 **외부**에 해당하는 전기 퍼텐셜의 해를 적용해 봅시다.

$$V_- = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_{\ell} r^{\ell} P_{\ell}(\cos \theta)$$

$$V_+ = -E_0 r \cos \theta + \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{B_{\ell}}{r^{\ell+1}} P_{\ell}(\cos \theta)$$

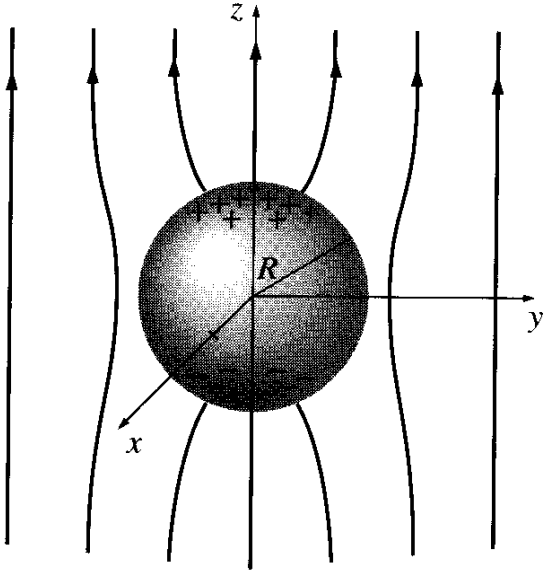
예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



먼저 다음 경계조건을 만족시키는 조건을 찾아봅시다.

$$V_- \Big|_{r=R} = V_+ \Big|_{r=R}$$

예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



먼저 다음 경계조건을 만족시키는 조건을 찾아봅시다.

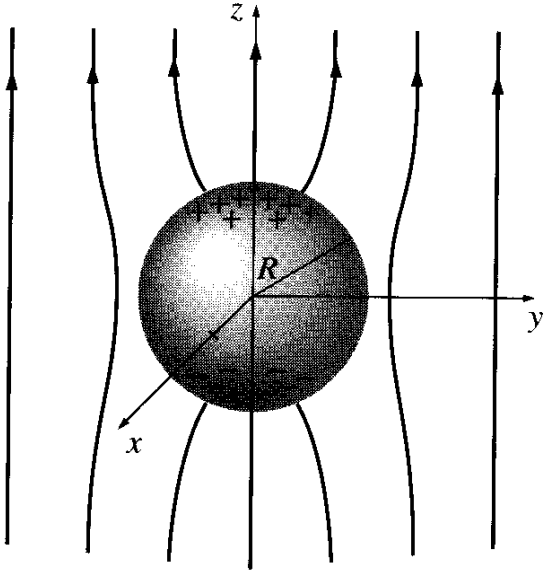
$$V_- \Big|_{r=R} = V_+ \Big|_{r=R}$$

그러면 다음과 같은 조건을 얻게 됩니다.

$$\ell \neq 1 \quad A_\ell R^\ell = \frac{B_\ell}{R^{\ell+1}}$$

$$\ell = 1 \quad A_1 R = -E_0 R + \frac{B_1}{R^2}$$

예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



먼저 다음 경계조건을 만족시키는 조건을 찾아봅시다.

$$V_- \Big|_{r=R} = V_+ \Big|_{r=R}$$

그러면 다음과 같은 조건을 얻게 됩니다.

$$\ell \neq 1 \quad A_\ell R^\ell = \frac{B_\ell}{R^{\ell+1}}$$

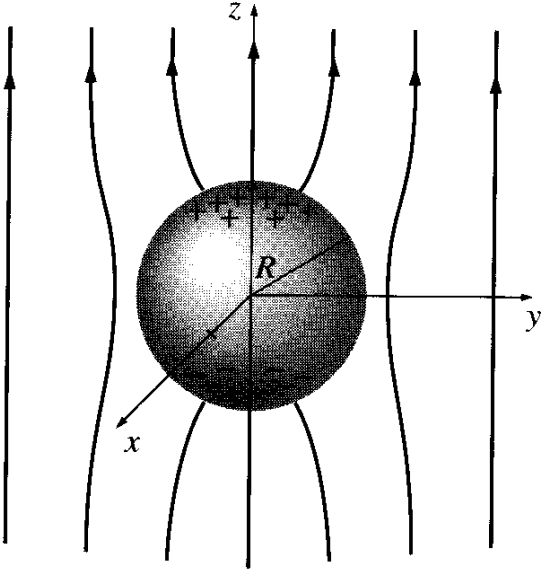
$$\ell = 1 \quad A_1 R = -E_0 R + \frac{B_1}{R^2}$$

이것을 정리하면 다음과 같은 결과를 얻게 됩니다.

$$\ell \neq 1 \quad A_\ell = \frac{B_\ell}{R^{2\ell+1}}$$

$$\ell = 1 \quad A_1 = -E_0 + \frac{B_1}{R^3}$$

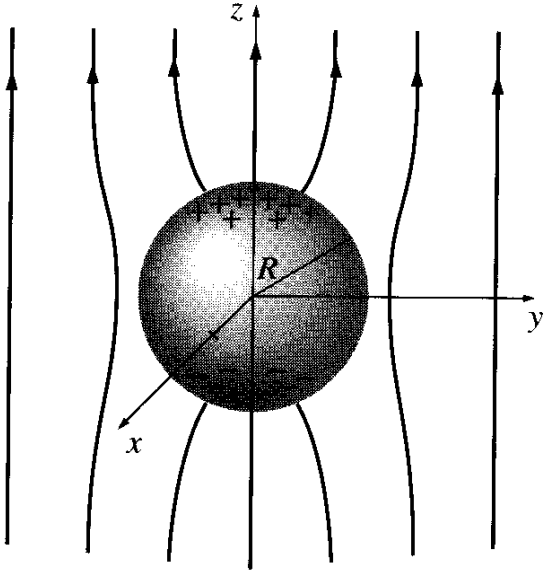
예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



그 다음으로 다음 경계조건을 고려해봅시다.

$$\epsilon \frac{\partial V_-}{\partial r} \Big|_{r=R} = \epsilon_0 \frac{\partial V_+}{\partial r} \Big|_{r=R}$$

예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



그 다음으로 다음 경계조건을 고려해봅시다.

$$\epsilon \frac{\partial V_-}{\partial r} \Big|_{r=R} = \epsilon_0 \frac{\partial V_+}{\partial r} \Big|_{r=R}$$

그러면 다음과 같은 조건을 얻게 됩니다.

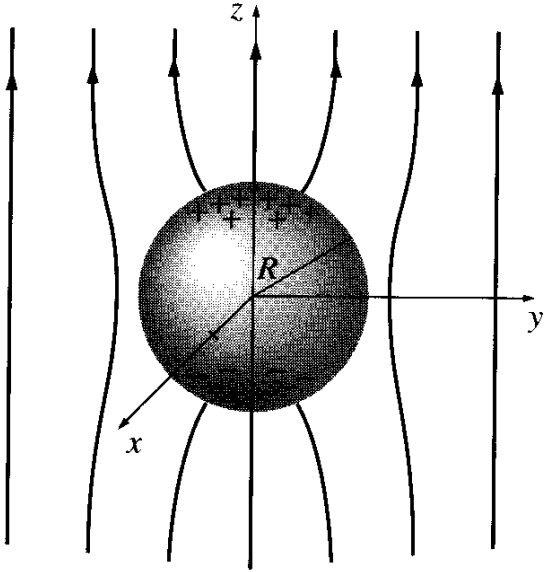
$$\ell \neq 1$$

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \ell A_\ell R^{\ell-1} = -(\ell + 1) \frac{B_\ell}{R^{\ell+2}}$$

$$\ell = 1$$

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} A_1 = -E_0 - 2 \frac{B_1}{R^3}$$

예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



그 다음으로 다음 경계조건을 고려해봅시다.

$$\epsilon \frac{\partial V_-}{\partial r} \Big|_{r=R} = \epsilon_0 \frac{\partial V_+}{\partial r} \Big|_{r=R}$$

그러면 다음과 같은 조건을 얻게 됩니다.

$$\ell \neq 1$$

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \ell A_\ell R^{\ell-1} = -(\ell + 1) \frac{B_\ell}{R^{\ell+2}}$$

$$\ell = 1$$

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} A_1 = -E_0 - 2 \frac{B_1}{R^3}$$

이것을 정리하면 다음과 같은 결과를 얻게 됩니다.

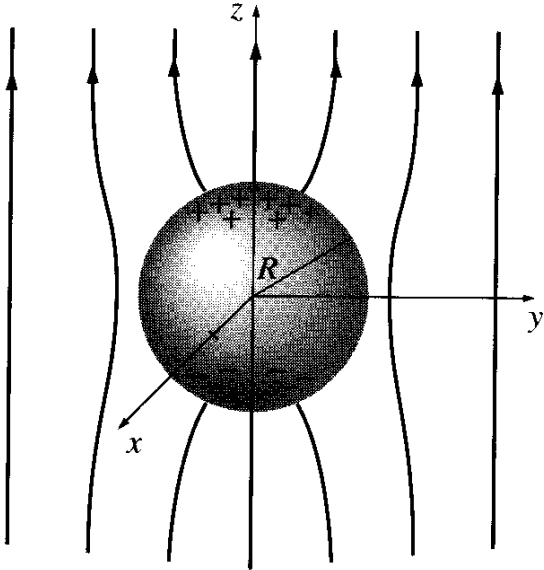
$$\ell \neq 1$$

$$A_\ell = -\frac{\epsilon_0 (\ell + 1)}{\epsilon} \frac{B_\ell}{R^{2\ell+1}}$$

$$\ell = 1$$

$$A_1 = -\frac{\epsilon_0}{\epsilon} \left(E_0 + 2 \frac{B_1}{R^3} \right)$$

예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



마지막으로 두 경계조건의 결과를 비교해 봅시다.

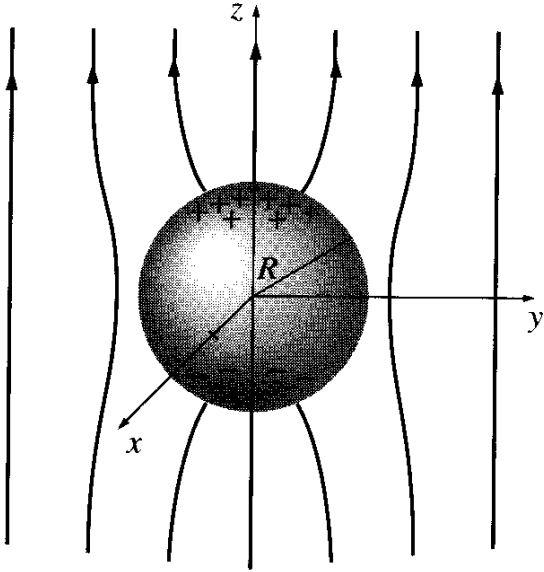
$$\ell \neq 1$$

$$A_\ell = \frac{B_\ell}{R^{2\ell+1}} = -\frac{\epsilon_0 (\ell + 1)}{\epsilon} \frac{B_\ell}{\ell R^{2\ell+1}}$$

$$\ell = 1$$

$$A_1 = -E_0 + \frac{B_1}{R^3} = -\frac{\epsilon_0}{\epsilon} \left(E_0 + 2 \frac{B_1}{R^3} \right)$$

예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



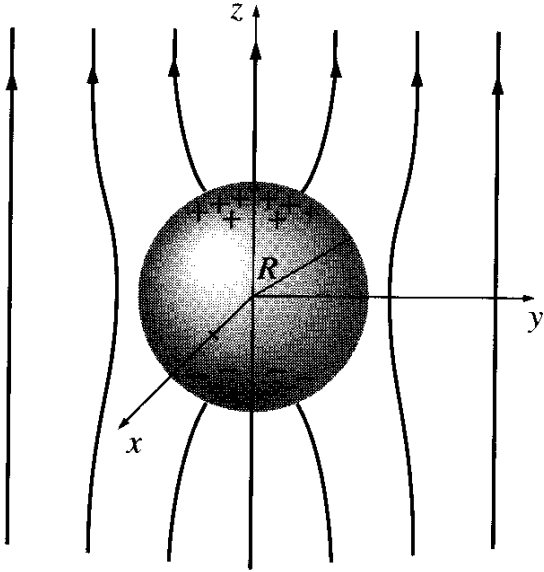
마지막으로 두 경계조건의 결과를 비교해 봅시다.

$$\ell \neq 1 \quad A_\ell = \frac{B_\ell}{R^{2\ell+1}} = -\frac{\epsilon_0 (\ell + 1)}{\epsilon} \frac{B_\ell}{\ell R^{2\ell+1}}$$

$$\ell = 1 \quad A_1 = -E_0 + \frac{B_1}{R^3} = -\frac{\epsilon_0}{\epsilon} \left(E_0 + 2 \frac{B_1}{R^3} \right)$$

따라서 $\ell \neq 1$ 인 경우는 만족시킬 수 있는 해가 없으며,
오직 $A_\ell = B_\ell = 0$ 만이 가능합니다.

예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



마지막으로 두 경계조건의 결과를 비교해 봅시다.

$$\begin{aligned} \ell \neq 1 & \quad A_\ell = \frac{B_\ell}{R^{2\ell+1}} = -\frac{\epsilon_0 (\ell+1)}{\epsilon} \frac{B_\ell}{\ell R^{2\ell+1}} \\ \ell = 1 & \quad A_1 = -E_0 + \frac{B_1}{R^3} = -\frac{\epsilon_0}{\epsilon} \left(E_0 + 2 \frac{B_1}{R^3} \right) \end{aligned}$$

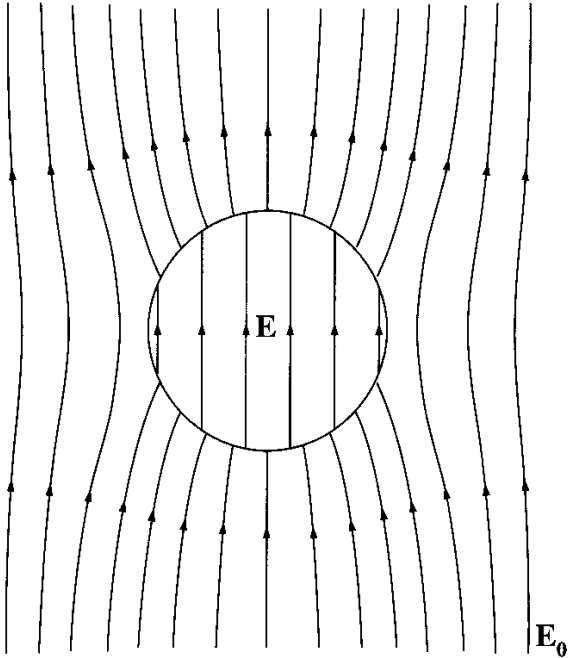
따라서 $\ell \neq 1$ 인 경우는 만족시킬 수 있는 해가 없으며, 오직 $A_\ell = B_\ell = 0$ 만이 가능합니다.

한 편, $\ell = 1$ 인 경우는 다음 조건이 요청됩니다.

$$A_1 = -E_0 + \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa + 2} \right) E_0 = \left(\frac{-3}{\kappa + 2} \right) E_0$$

$$B_1 = \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa + 2} \right) E_0 R^3$$

예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



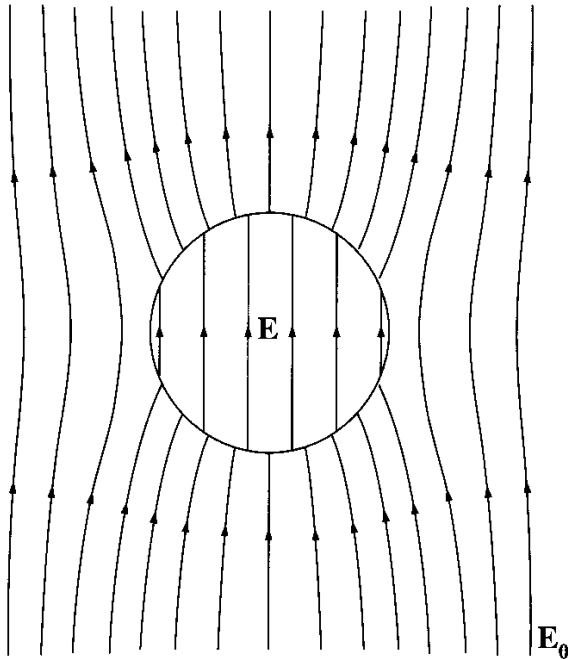
따라서 구 내부에서의 전위 및 전기장은 다음과 같습니다.

$$V_- = A_1 r \cos \theta = -\frac{3}{\kappa + 2} E_0 r \cos \theta = -\frac{3}{\kappa + 2} E_0 z$$

$$E_z = -\frac{\partial V_-}{\partial z} = \frac{3}{\kappa + 2} E_0$$

즉, 내부의 전기장은 균일합니다.

예2: 전기장 안에 놓인 유전체 구



따라서 구 내부에서의 전위 및 전기장은 다음과 같습니다.

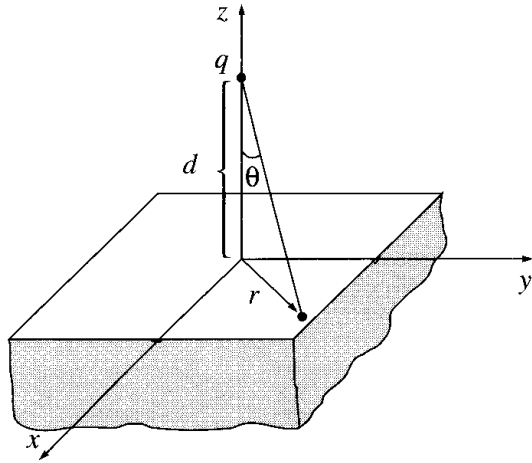
$$V_- = A_1 r \cos \theta = -\frac{3}{\kappa + 2} E_0 r \cos \theta = -\frac{3}{\kappa + 2} E_0 z$$

$$E_z = -\frac{\partial V_-}{\partial z} = \frac{3}{\kappa + 2} E_0$$

즉, 내부의 전기장은 균일합니다.

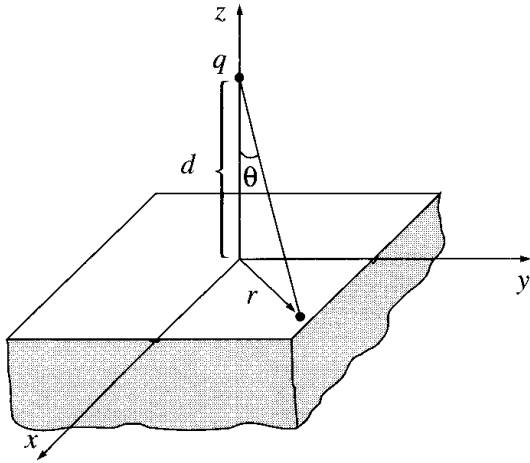
한 편, $\kappa \rightarrow \infty$ 인 경우, 유전체를 도체로 볼 수 있으며, 이 극한에서 우리가 지난 장에서 얻은 결과를 복원할 수 있게 됩니다.

예3: 유전체 평면 앞의 전하



$z < 0$ 는 유전체 영역이며, $z = d$ 에 전하 q 가 있다고 합시다.

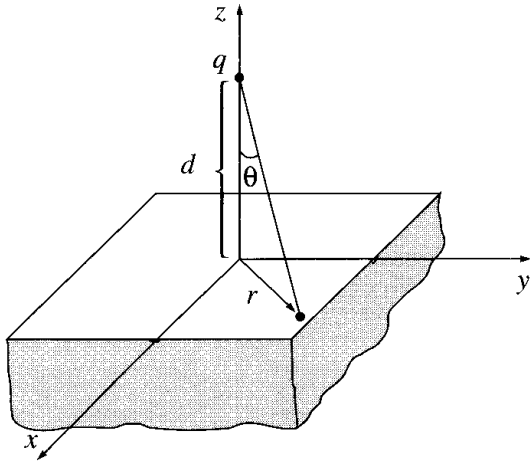
예3: 유전체 평면 앞의 전하



$z < 0$ 는 유전체 영역이며, $z = d$ 에 전하 q 가 있다고 합시다.

이 문제는 도체에서와 비슷하게, **영상법**을 사용해서 살펴볼 수 있습니다.

예3: 유전체 평면 앞의 전하



$z < 0$ 는 유전체 영역이며, $z = d$ 에 전하 q 가 있다고 합시다.

이 문제는 도체에서와 비슷하게, **영상법**을 사용해서 살펴볼 수 있습니다.

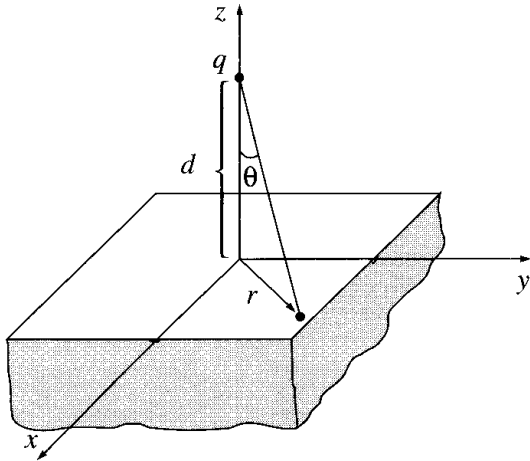
먼저 $z > 0$ 인 영역을 생각해 봅시다.

영상전하는 반드시 $z < 0$ 에 존재해야 합니다.

따라서 전위를 다음과 같이 적을 수 있습니다.

$$V(z > 0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - d)^2}} + \frac{q_b}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z + d)^2}} \right)$$

예3: 유전체 평면 앞의 전하



$z < 0$ 는 유전체 영역이며, $z = d$ 에 전하 q 가 있다고 합시다.

이 문제는 도체에서와 비슷하게, **영상법**을 사용해서 살펴볼 수 있습니다.

먼저 $z > 0$ 인 영역을 생각해 봅시다.

영상전하는 반드시 $z < 0$ 에 존재해야 합니다.

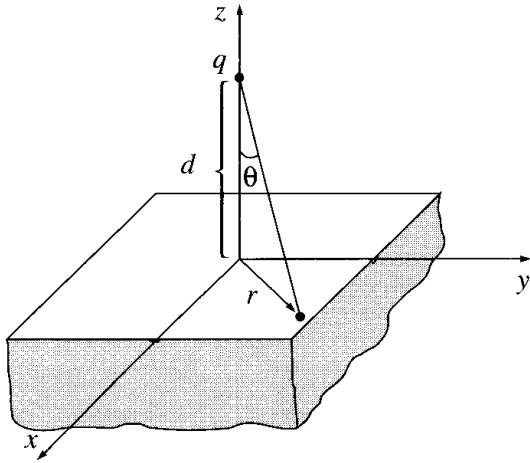
따라서 전위를 다음과 같이 적을 수 있습니다.

$$V(z > 0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - d)^2}} + \frac{q_b}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z + d)^2}} \right)$$

여기에서 중요한 것은 도체의 경우와 다르게

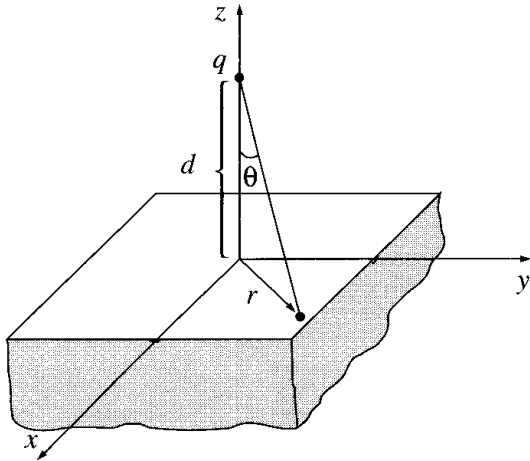
영상전하가 q_b 라는 미지의 값을 가진다는 것입니다.

예3: 유전체 평면 앞의 전하



이 전위가 우리가 원하는 경계조건을 만족시키는지 보기
위해서 $z < 0$ 인 경우도 고려해야 합니다.

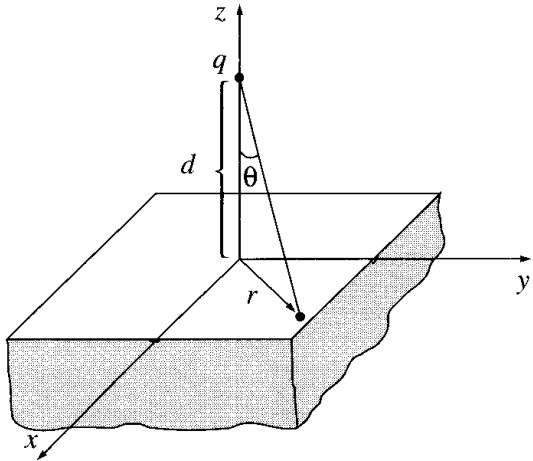
예3: 유전체 평면 앞의 전하



이 전위가 우리가 원하는 경계조건을 만족시키는지를 보기 위해서 $z < 0$ 인 경우도 고려해야 합니다.

이 경우도 역시 영상법으로 $z > 0$ 인 영역에 전하가 있다고 가정합니다. 여기에서 아주 중요한 점은 $z < 0$ 인 영역에는 전하가 없어야 한다는 것과, 전위의 **연속성 조건**에 의해 가정한 전하의 총 합이 같아야 한다는 것입니다.

예3: 유전체 평면 앞의 전하



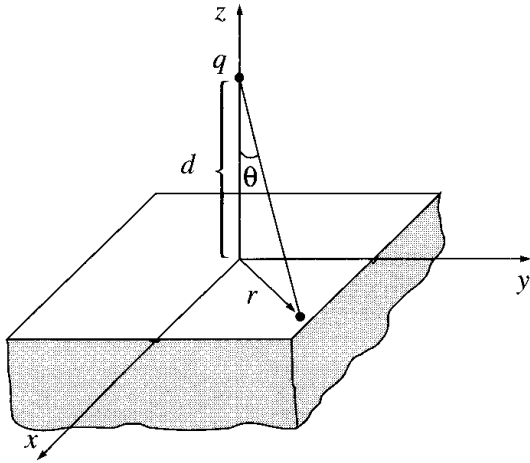
이 전위가 우리가 원하는 경계조건을 만족시키는지를 보기 위해서 $z < 0$ 인 경우도 고려해야 합니다.

이 경우도 역시 영상법으로 $z > 0$ 인 영역에 전하가 있다고 가정합니다. 여기에서 아주 중요한 점은 $z < 0$ 인 영역에는 전하가 없어야 한다는 것과, 전위의 연속성 조건에 의해 가정한 전하의 총 합이 같아야 한다는 것입니다.

따라서 다음 결과를 얻습니다.

$$V(z < 0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q + q_b}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - d)^2}} \right)$$

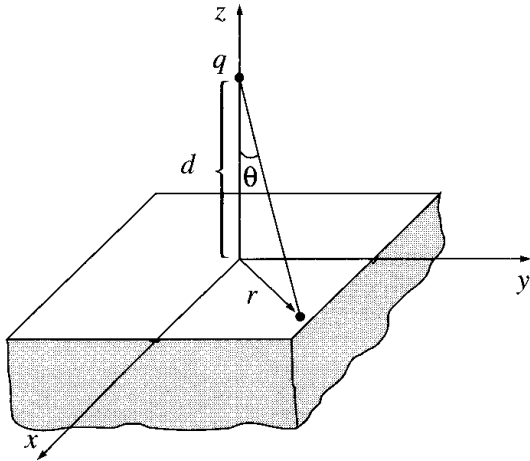
예3: 유전체 평면 앞의 전하



이제 확인을 위해 다음과 같은 경계조건을 확인해 봅시다.

$$\epsilon \frac{\partial V_{z<0}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \epsilon_0 \frac{\partial V_{z>0}}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

예3: 유전체 평면 앞의 전하



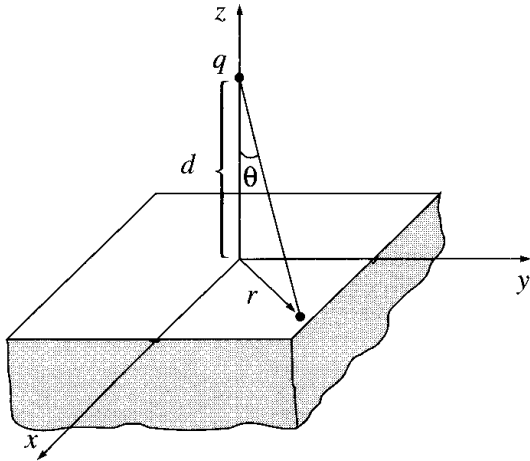
이제 확인을 위해 다음과 같은 경계조건을 확인해 봅시다.

$$\epsilon \frac{\partial V_{z<0}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \epsilon_0 \frac{\partial V_{z>0}}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

정리하면 다음 결과를 얻습니다.

$$q(-2d) + q_b(2d) = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} (q + q_b)(-2d)$$

예3: 유전체 평면 앞의 전하



이제 확인을 위해 다음과 같은 경계조건을 확인해 봅시다.

$$\epsilon \frac{\partial V_{z<0}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \epsilon_0 \frac{\partial V_{z>0}}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

정리하면 다음 결과를 얻습니다.

$$q(-2d) + q_b(2d) = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} (q + q_b)(-2d)$$

따라서 영상전하는 다음과 같은 값을 가져야 합니다.

$$q_b = \left(\frac{1 - \kappa}{1 + \kappa} \right) q$$

$$W = \frac{1}{2} CV^2 = \int \frac{\epsilon_0}{2} \vec{E} \cdot \vec{E} dV$$

마지막으로 유전체의 에너지에 대해서 살펴봅시다.
먼저 자유전하를 가져오는데 소모되는 에너지는
위와 같이 주어진다는 것을 알고 있습니다.

$$W = \frac{\kappa}{2} CV^2 = \int \frac{\kappa \epsilon_0}{2} \vec{E} \cdot \vec{E} dV$$

유전체의 경우 $C \rightarrow \kappa C$ 및 $\epsilon_0 \rightarrow \kappa \epsilon_0$ 로 바꾸어주면 됩니다.

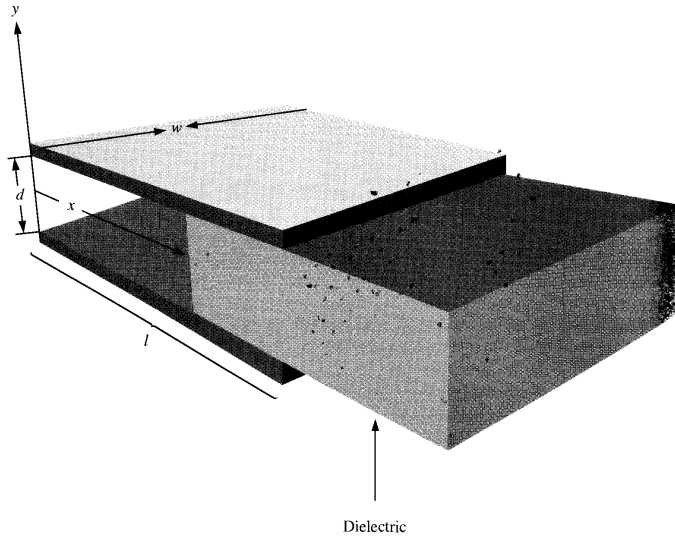
$$W = \frac{\kappa}{2} CV^2 = \int \frac{\kappa \epsilon_0}{2} \vec{E} \cdot \vec{E} dV$$
$$= \int \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} dV$$

그리고 대체 전기장을 사용하면
유전체의 에너지 밀도를 위와 같이 다시 쓸 수 있습니다.

$$W = \frac{\kappa}{2} CV^2 = \int \frac{\kappa \epsilon_0}{2} \vec{E} \cdot \vec{E} dV$$
$$= \int \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} dV$$

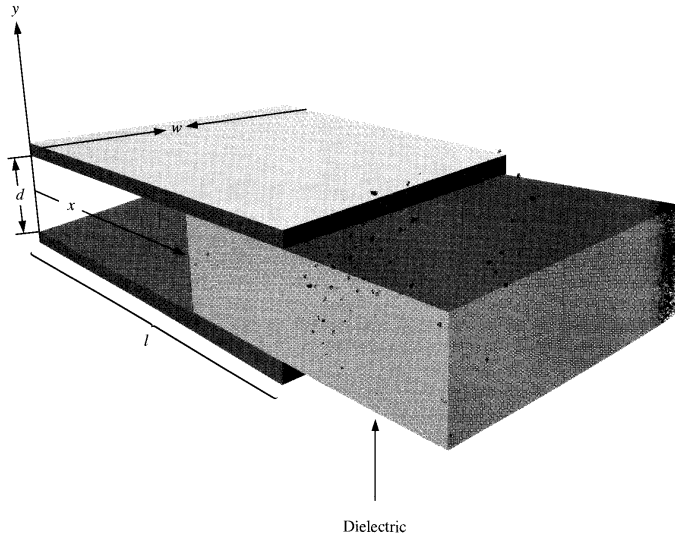
이 에너지는 자유전하를 가져오는 것 뿐만 아니라
유전체의 배열을 바꾸는데 소모되는 에너지까지
포함한 것이 됩니다.

예: 유전체가 받는 힘



이 그림과 같이 두 도체판 사이에 유전체가
일부만 들어있다고 합시다.

예: 유전체가 받는 힘

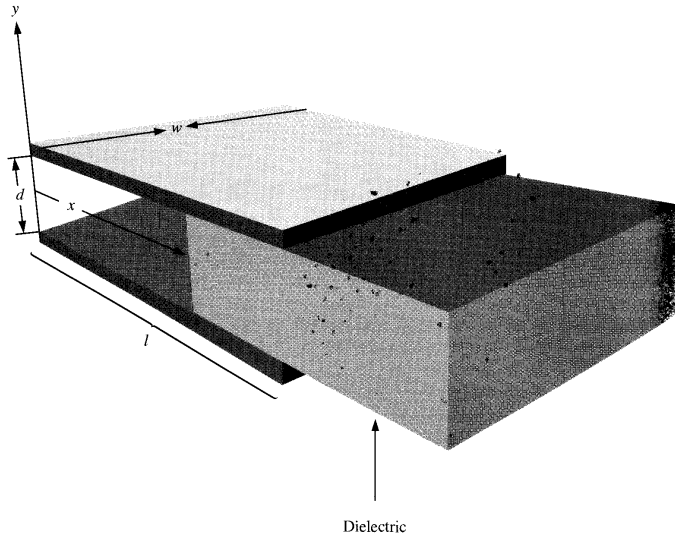


이 그림과 같이 두 도체판 사이에 유전체가
일부만 들어있다고 합시다.

두 도체판 사이의 전하가 일정하다면
유전체 판이 받게 되는 힘은 다음과 같습니다.

$$F = -\frac{dW}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2}{2C} \right)$$

예: 유전체가 받는 힘

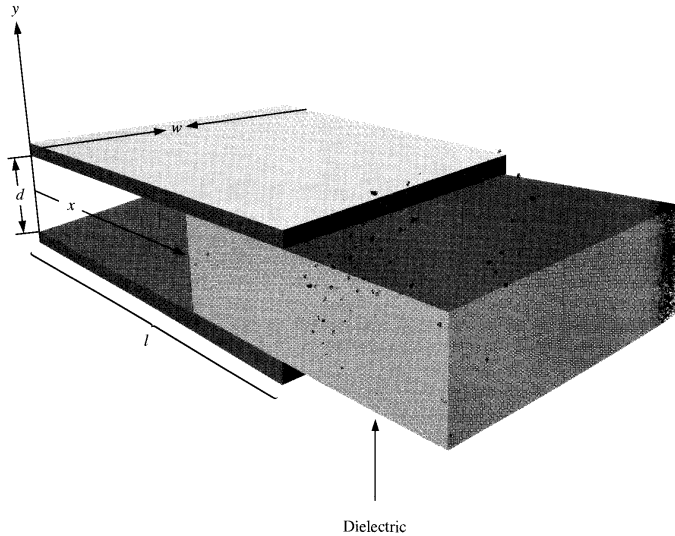


이 그림과 같이 두 도체판 사이에 유전체가 일부만 들어있다고 합시다.

두 도체판 사이의 전하가 일정하다면 유전체 판이 받게 되는 힘은 다음과 같습니다.

$$F = -\frac{dW}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2}{2C} \right) \\ = \frac{Q^2}{2C^2} \frac{dC}{dx}$$

예: 유전체가 받는 힘



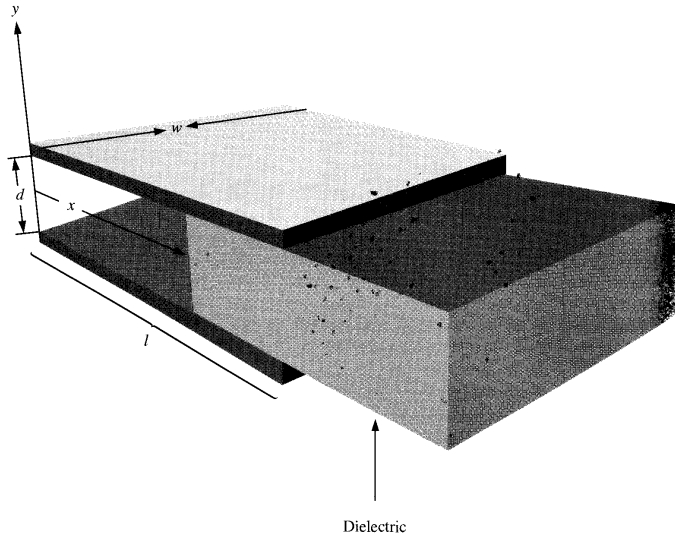
이 그림과 같이 두 도체판 사이에 유전체가 일부만 들어있다고 합시다.

두 도체판 사이의 전하가 일정하다면 유전체 판이 받게 되는 힘은 다음과 같습니다.

$$\begin{aligned} F &= -\frac{dW}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2}{2C} \right) \\ &= \frac{Q^2}{2C^2} \frac{dC}{dx} \\ &= \frac{Q^2}{2C^2} \frac{\epsilon_0}{d} (1 - \kappa) w \end{aligned}$$

$$C = \frac{\epsilon_0}{d} (\kappa(\ell - x)w + wx)$$

예: 유전체가 받는 힘



이 그림과 같이 두 도체판 사이에 유전체가 일부만 들어있다고 합시다.

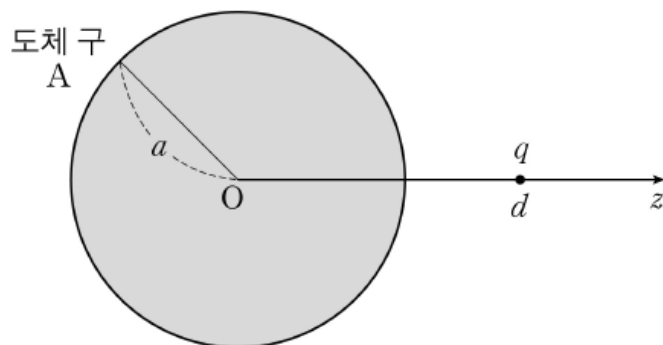
두 도체판 사이의 전하가 일정하다면 유전체 판이 받게 되는 힘은 다음과 같습니다.

$$\begin{aligned}
 F &= -\frac{dW}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2}{2C} \right) \\
 &= \frac{Q^2}{2C^2} \frac{dC}{dx} \\
 &= \frac{Q^2}{2C^2} \frac{\epsilon_0}{d} (1 - \kappa) w \\
 &= -\frac{V^2}{2} \frac{\epsilon_0}{d} (\kappa - 1) w < 0
 \end{aligned}$$

이 값은 0보다 작으므로
도체판은 유전체를 끌어당기게 됩니다.

$$C = \frac{\epsilon_0}{d} (\kappa(\ell - x)w + wx)$$

4. 그림은 접지되어 있지 않고 대전되어 있지 않은 반지름 a 인 도체 구 A의 외부에 전하량이 q 인 점전하를 z 축 상의 한 점 $z=d$ 에 놓은 모습을 나타낸 것이다.



<자료>를 참고하여 도체 구 A의 정전 퍼텐셜(전위)을 구하시오.
(단, 점전하가 도체 구로부터 무한히 멀리 있을 때 도체 구의 퍼텐셜은 0이다. 진공의 유전율은 ϵ_0 이다.) [2점]

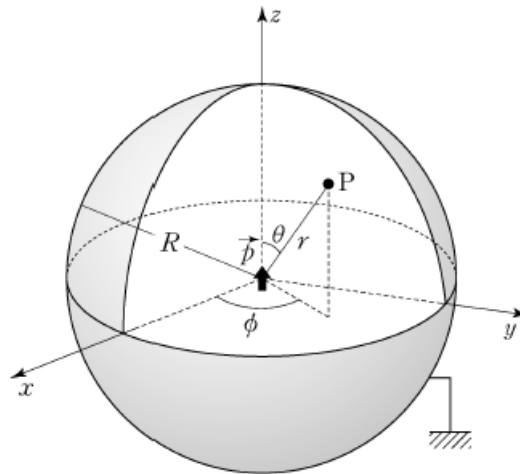
—<자 료>—

전하량이 Q 인 점전하가 반지름 a 인 도체 구의 중심으로부터 s 만큼 떨어진 곳에 있고, 도체 구가 전위 0으로 접지되어 있을 때, 구면에서의 경계조건을 만족시키기 위한 영상 전하의 전하량과 위치는 각각 $Q_{\text{영상}} = -\frac{aQ}{s}$ 와 $s_{\text{영상}} = \frac{a^2}{s}$ 이다.

7. 그림은 접지되어 있고 반지름 R 인 얇은 도체 구 껍질의 중심에 전기 쌍극자 모멘트 $\vec{p} = qd\hat{z} = p\hat{z}$ (d 는 쌍극자의 두 전하 사이의 거리)인 쌍극자 한 개가 놓여 있는 것을 나타낸 것이다. 구 껍질 중심에 좌표계의 원점을 둘 때, 구 껍질 내부의 전위는 르장드르 다항식 $P_l(\cos\theta)$ 를 포함하는 다음의 함수 형태로 표현된다.

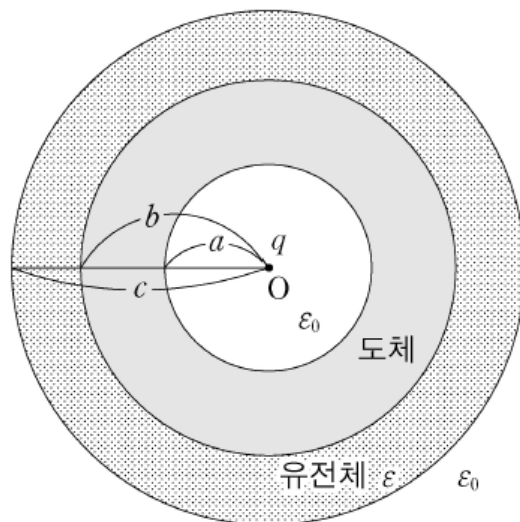
$$\varphi(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} A_l r^l P_l(\cos\theta) + \frac{p \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

여기서 A_l 은 상수, $P_0(\cos\theta) = 1$, $P_1(\cos\theta) = \cos\theta$, $P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)$, ... 이다.



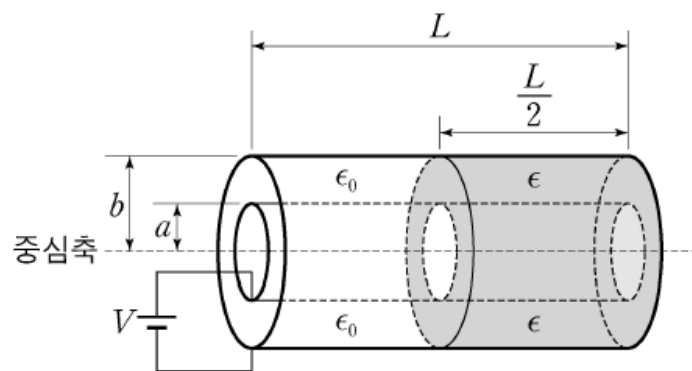
이를 이용하여 $d \ll r < R$ 인 구 껍질 내부의 한 점 P에서의 전위 $\varphi(r, \theta)$ 를 구하시오. [2점]

5. 그림과 같이 유전율이 ε 인 유전체와 도체로 구성된 내부가 비어 있는 구의 중심 O 에 점전하 q 가 놓여 있다. 유전체와 도체에는 알짜 전하가 없고, 도체 구의 안쪽 반지름은 a , 바깥쪽 반지름은 b , 유전체 구의 바깥쪽 반지름은 c 이다.



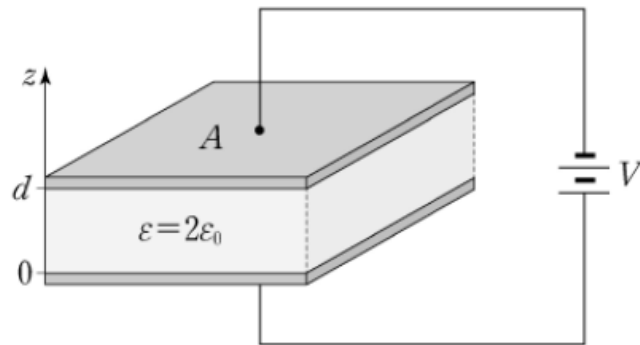
중심 O 로부터 거리 r 인 유전체 밖($r > c$)에서의 전기장의 크기를 구하시오. 도체 구의 안쪽 면($r = a$)에 유도된 전하량을 Q_a , 유전체 바깥 면($r = c$)의 편극에 의한 면전하량을 Q_c 라 할 때, $\frac{Q_c}{Q_a}$ 를 구하시오. (단, 유전체는 균질하고 등방적이며 선형적이다. 진공의 유전율은 ε_0 이다.) [2점]

11. 그림은 반지름이 각각 a , b 인 도체 원통 껍질 사이에 유전율이 ϵ 인 유전체가 일부 채워진 동축 축전기를 나타낸 것이다. 도체 원통 껍질의 길이는 L 이고, 유전체는 $\frac{L}{2}$ 만큼 채워져 있다. 두 도체 사이의 전위차는 V 로 일정하다. 반지름이 a 인 도체 원통 껍질의 단위 길이당 전하량은 진공 부분에서 λ_0 이다. 유전체에는 알짜 전하가 없고, 진공의 유전율은 ϵ_0 이다.



전위차 V 를 풀이 과정과 함께 구하시오. 그리고 반지름 a 인 도체 원통 껍질의 총 전하량 Q 와 축전기의 전기 용량 C 를 구하시오. (단, 유전체는 균일하고 등방적이며 선형적이다. 가장자리 효과는 무시한다.) [4점]

3. 그림은 유전율 $2\varepsilon_0$ 인 유전체로 채워진 평행판 축전기가 직류 전원에 연결된 회로를 나타낸 것이다. 도체판의 면적은 A , 두 도체판 사이의 간격은 d 이고, 두 도체판 사이의 전위차는 V 로 일정하다. 유전체에는 알짜 전하가 없다.



유전체 안에서 전기장의 크기를 구하고, 유전체의 편극에 의해 유전체 윗면($z=d$)에 유도된 전하량을 구하시오. (단, ε_0 은 진공의 유전율이고, 가장자리 효과는 무시한다.) [2점]

감사합니다