

제10강

막대, 거품, 자석

열역학적 함수들의 관계식이
아주 다양한 예들에 적용된다는 것을
살펴봅시다.

$$dW = -pdV$$

유체의 경우

dW : 계에 한 일

p : 압력

V : 부피

$$dW = f dL$$

탄성 막대의 경우

dW : 계에 한 일

f : 장력

L : 길이

$$dW = \gamma dA$$

액체의 경우

dW : 계에 한 일

γ : 표면장력

A : 면적

$$dW = -p_E \cdot dE$$

유전체의 경우
 dW : 계에 한 일
 E : 전기장
 p_E : 전기쌍극자모멘트

$$dW = -m \cdot dB$$

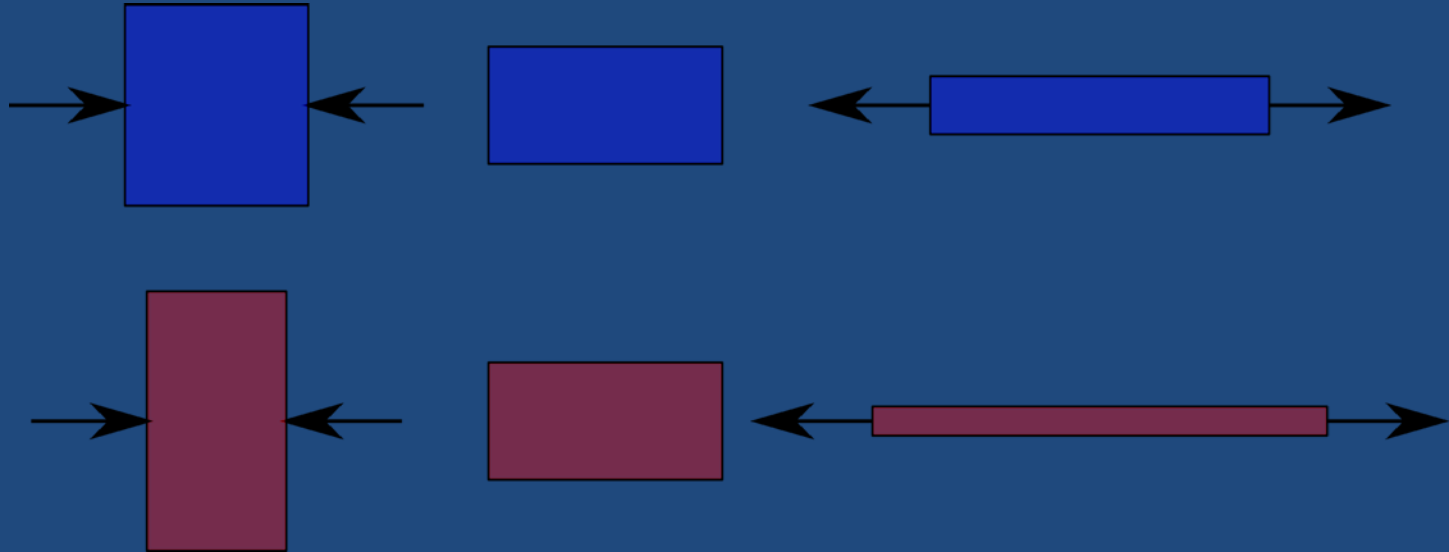
자기의 경우

dW : 계에 한 일

B : 자기장

m : 자기쌍극자모멘트

먼저 1차원의 예로 탄성막대의 경우를 살펴봅시다.



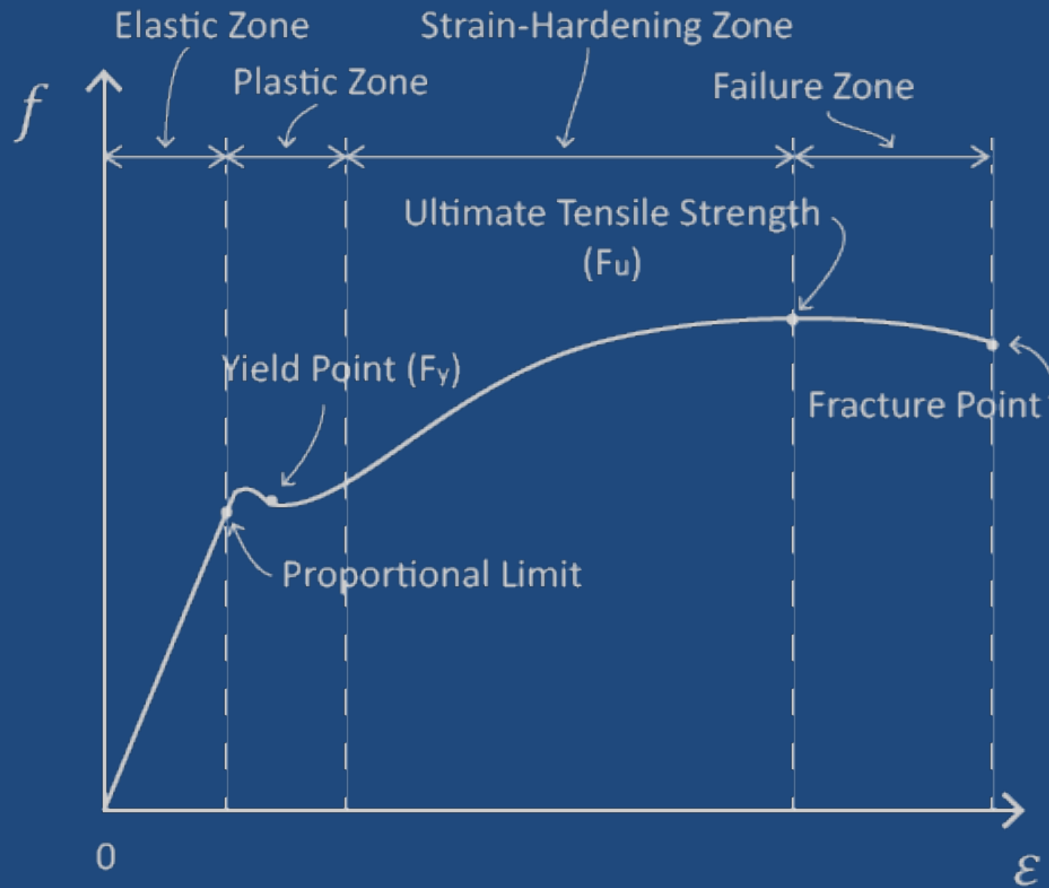
길이 L 및 단면적 A 인 탄성물질은
장력 df 에 대해 길이 dL 만큼 늘어납니다.

$$E_T = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{L}{A} \left(\frac{\partial f}{\partial L} \right)_T$$

길이 L 및 단면적 A 인 탄성물질은
장력 df 에 대해 길이 dL 만큼 늘어납니다.

$$E_T = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{L}{A} \left(\frac{\partial f}{\partial L} \right)_T$$

등온 영률 Young's modulus E_T 은
 변형 strain $\epsilon = dL/L$ 과 응력 stress $\sigma = df/A$ 사이의 비율입니다.



항복점 yield point보다 응력이 작은 경우에는
영률이 상수가 되어 **탄성**을 고려할 수 있습니다.

$$\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_T = -\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_L$$

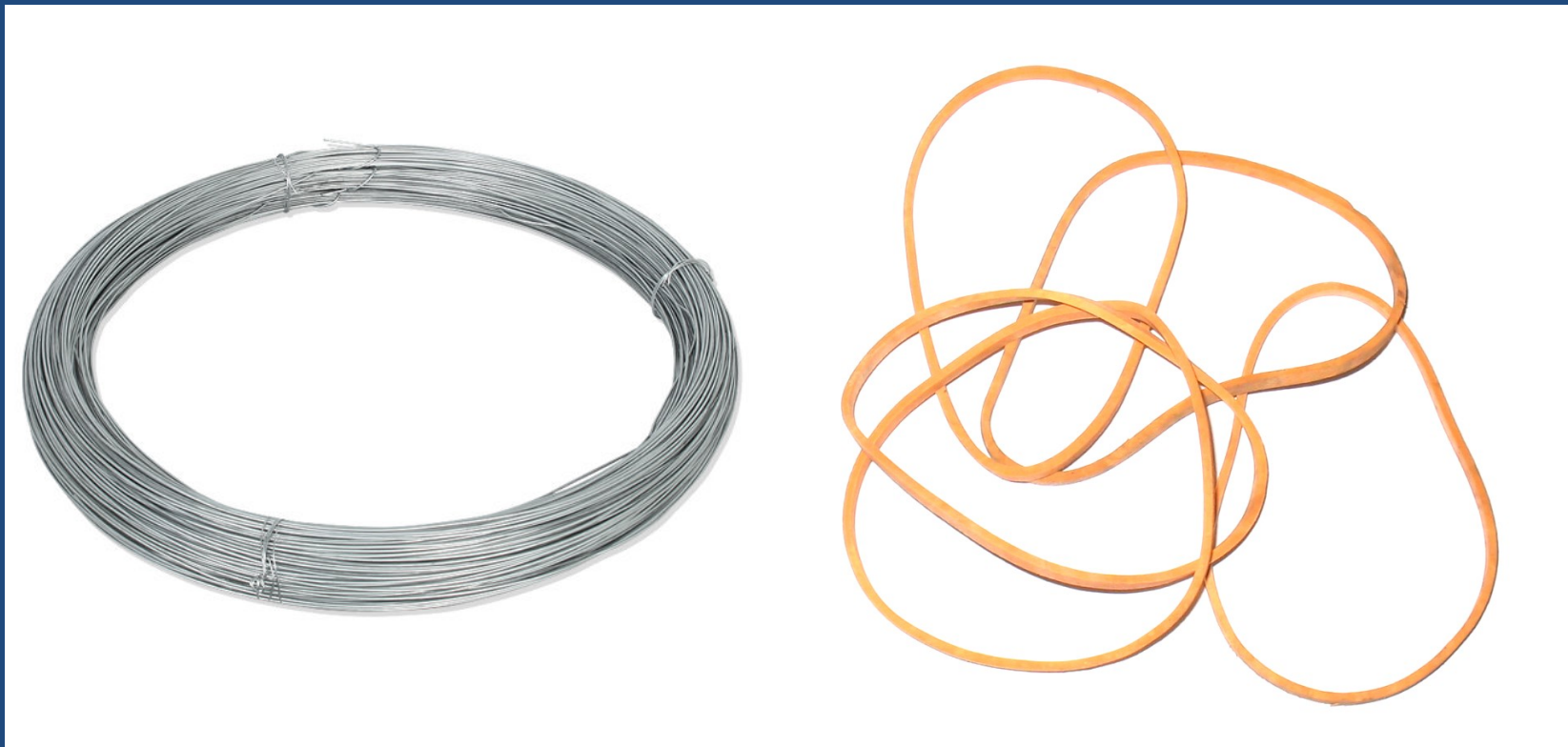
탄성 막대에 대한 맥스웰 관계식 중 하나를
위와 같이 적을 수 있습니다.

$$\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_L = - \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_T \left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_f$$

더 나아가서 앞의 식은 역정리에 의해
위와 같이 전개 됩니다.

$$\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_T = -AE_T\alpha_f$$

따라서 길이에 대한 엔트로피의 관계는 위와 같습니다.
이것을 통해 엔트로피와 측정가능한 양 사이의 관계를 얻습니다.



철사는 잡아당길 때 (결정의 변화에 의해) 엔트로피가 증가하지만,
고무는 잡아당길 때 (분자의 정렬에 의해) 엔트로피가 감소합니다.

이와 비슷하게 2차원의 예로
표면 장력에 대해 살펴봅시다.



표면적이 A 인 액체의 면이 있을 때,
액체 내부에서 밖으로 밀어내려는 압력과
액체의 표면이 당기는 힘(표면 장력)이 평형을 이루면
방울이 형성되게 됩니다.

$$\begin{aligned} dW &= \gamma dA \approx 8\pi\gamma r dr \\ &= p \times 4\pi r^2 dr \end{aligned}$$

평형조건

$$p = \frac{2\gamma}{r}$$

평형조건

$$p_{bubble} - p_0 = \frac{4\gamma}{r}$$

따라서 두 개의 면을 가진 거품의 경우에는
다음과 같은 평형조건을 갖게 됩니다.

$$\left(\frac{\partial S}{\partial A}\right)_T = -\left(\frac{\partial \gamma}{\partial T}\right)_A$$

표면 장력에 대한 맥스웰 관계식 중 하나를
위와 같이 적을 수 있습니다.

$$\left(\frac{\partial E}{\partial A}\right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial A}\right)_T + \gamma$$

한 편, 열역학 제1법칙으로부터 위의 관계식을 얻습니다.

$$\left(\frac{\partial E}{\partial A}\right)_T = \gamma - T \left(\frac{\partial \gamma}{\partial T}\right)_A$$

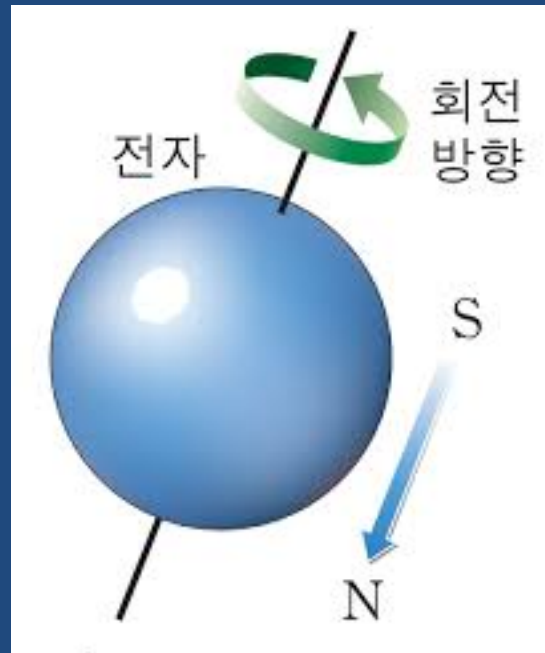
따라서 위의 관계식을 얻게 됩니다.
이것은 표면장력의 온도 의존성이
어떻게 다른 값들과 관계하는지를 보여줍니다.

마지막으로 3차원의 예로
전기 및 자기 쌍극자의 효과를 생각해봅시다.

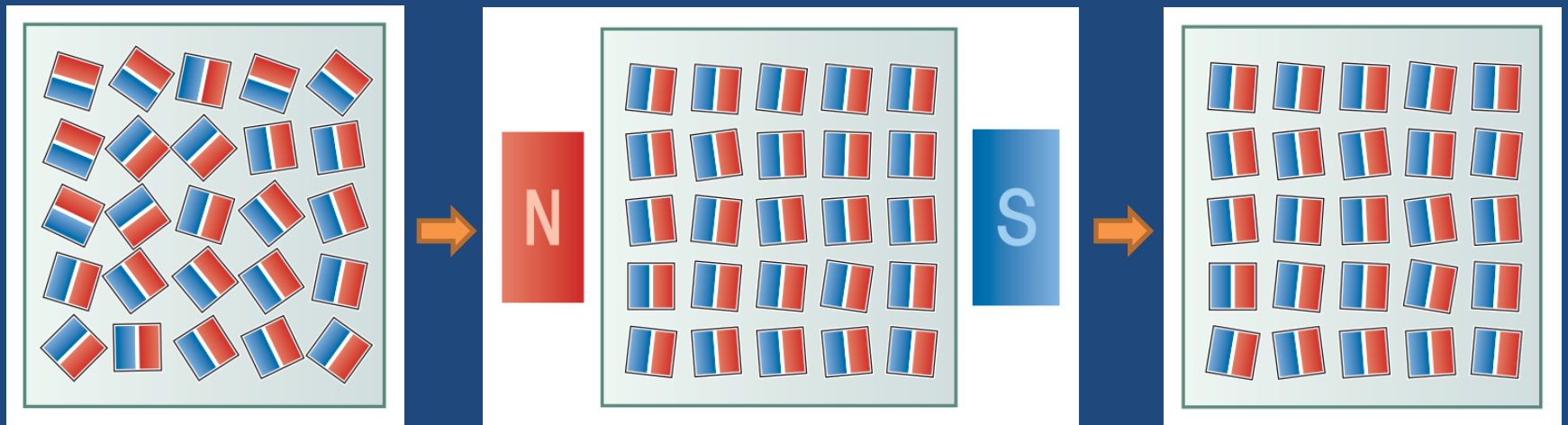
$$dW = -p_E \cdot dE$$

$$dW = -m \cdot dB$$

전기 쌍극자 및 자기 쌍극자가 한 일

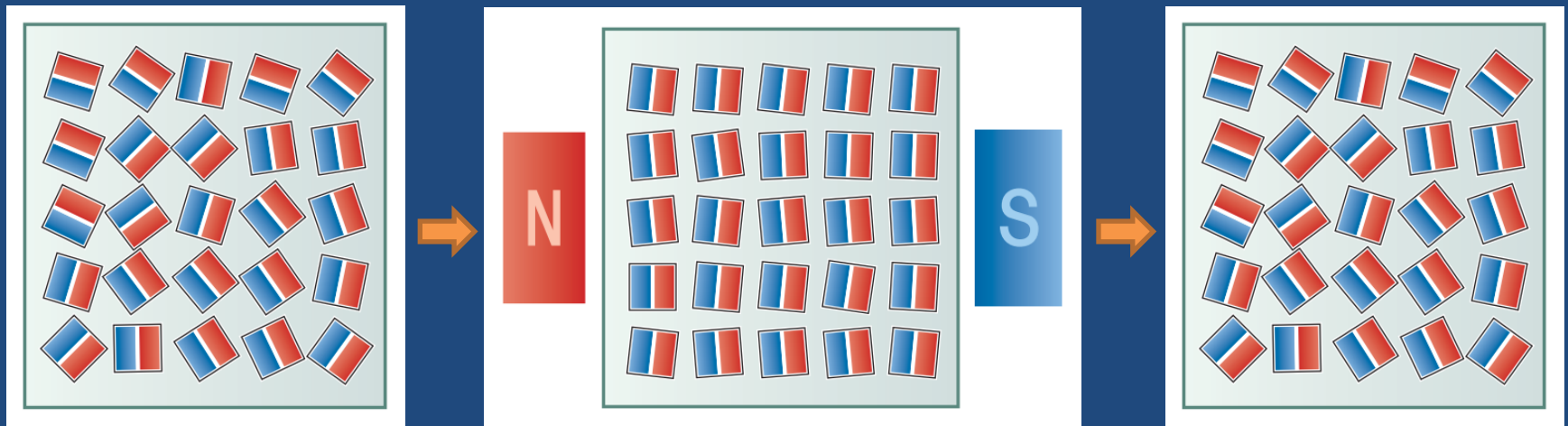


물질의 자성의 원천은 스핀에 있습니다.
스핀은 자기 쌍극자 모멘트를 형성합니다.



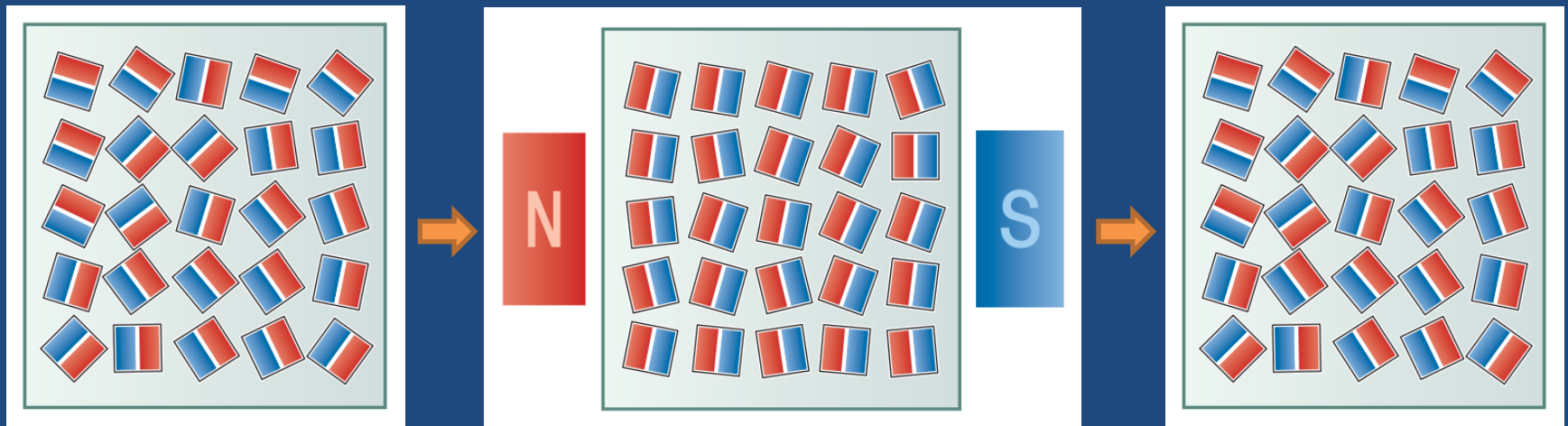
물질의 자성

강자성 ferromagnetism의 경우 외부 자기장이 스핀을 정렬시키고 나면
외부 자기장이 사라진 뒤에도 정렬된 스핀이 유지됩니다.



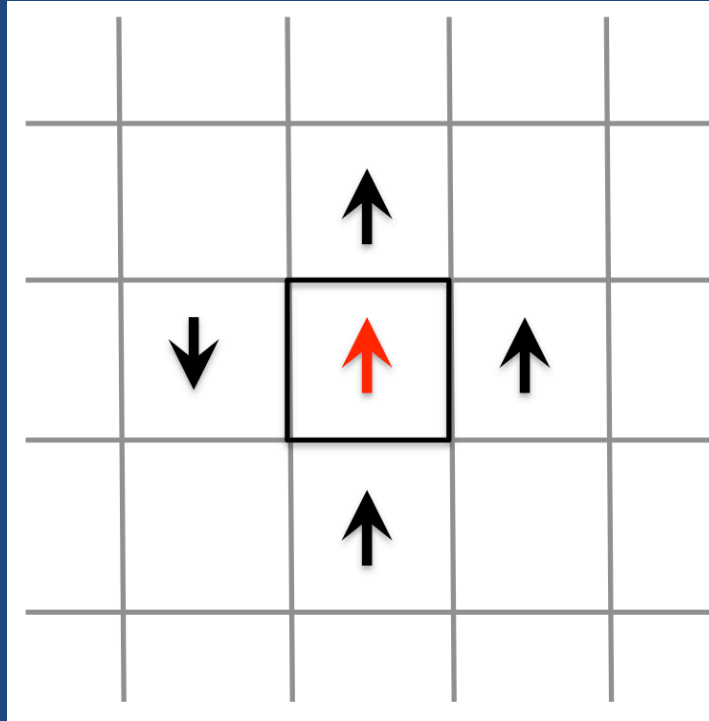
물질의 자성

상자성paramagnetism의 경우 외부 자기장이 존재하는 경우에만 스핀이 정렬됩니다.



물질의 자성

반자성diamagnetism의 경우 외부 자기장에 대한 반발력으로
유도 자기장이 생겨서 자기장을 소멸시키게 됩니다.



물질이 서로 다른 자성을 갖는 이유는
스핀들 사이의 상호작용에 있습니다.

$$\chi \approx \frac{\mu_0 M}{B} \propto \frac{1}{T}$$

상자성의 경우, 스핀들이 서로 상호작용하지 않으면
외부 자기장과 열적 요동의 두 효과만
서로 경합하게 됩니다 (퀴리의 법칙).

$$\left(\frac{\partial \chi}{\partial T}\right)_B < 0$$

따라서 χ 의 온도 미분은 음수가 됩니다.

$$dF = -SdT - m dB$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_T = \left(\frac{\partial m}{\partial T}\right)_B \cong \frac{VB}{\mu_0} \left(\frac{\partial \chi}{\partial T}\right)_B$$

이것을 사용해서 헬름홀츠 자유에너지 및
몇 가지 관계식들을 다시 적어봅시다.

$$dF = -SdT - m dB$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_T = \left(\frac{\partial m}{\partial T}\right)_B \cong \frac{VB}{\mu_0} \left(\frac{\partial \chi}{\partial T}\right)_B$$

이 식의 우변이 음수가 되므로,
등온 과정에서 자기장이 증가하면 열은 방출되게 됩니다.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_S = -\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_B \left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_T$$

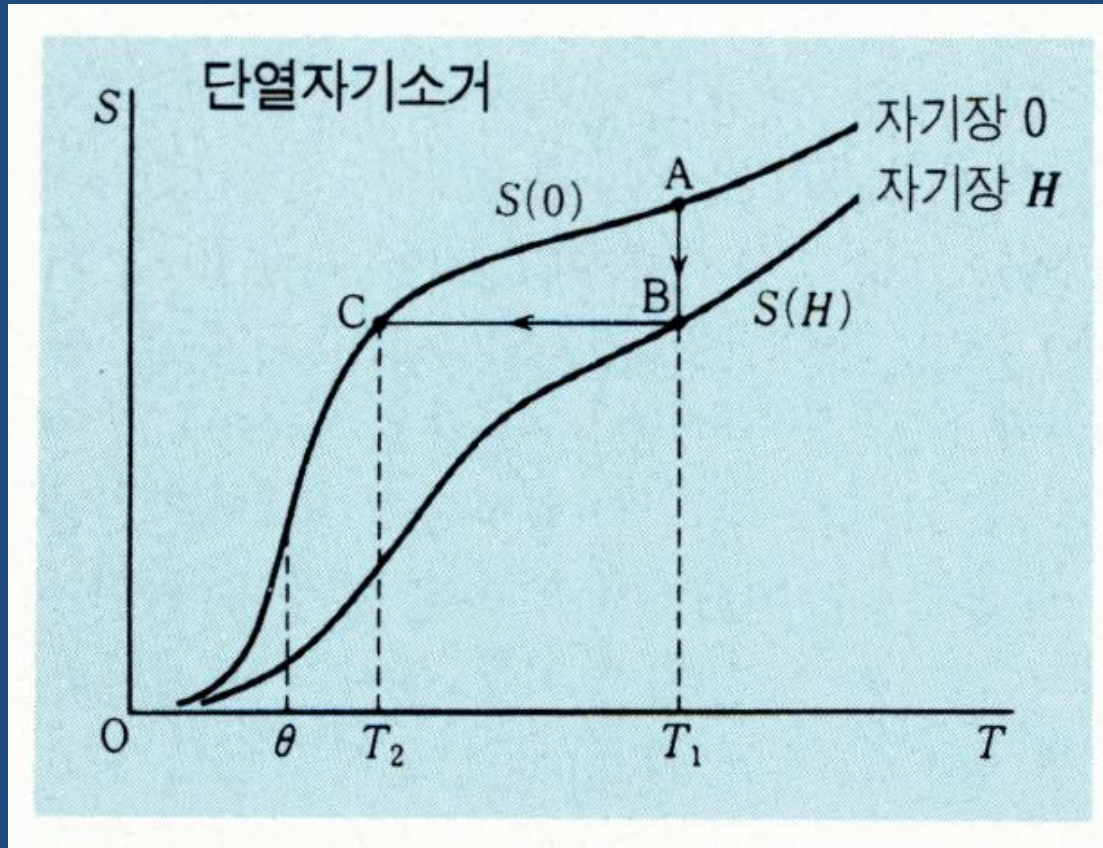
$$\cong -\frac{TVB}{\mu_0 C_B} \left(\frac{\partial \chi}{\partial T}\right)_B$$

한 편 단열 과정에서는 위의 관계식들을 얻게 됩니다.
 여기에서 $C_B = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_B$ 로 정의되는 등자기장 열용량입니다.

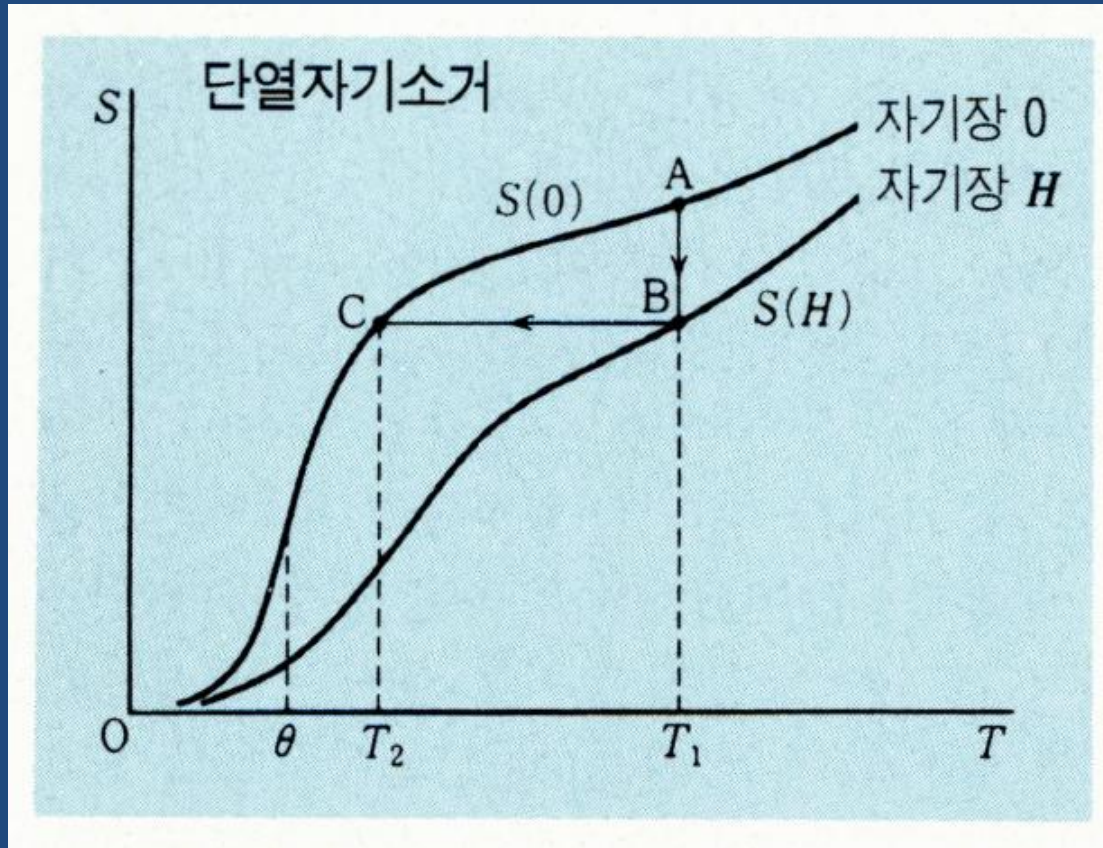
$$\left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_S = -\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_B \left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_T$$

$$\cong -\frac{TVB}{\mu_0 C_B} \left(\frac{\partial \chi}{\partial T}\right)_B$$

따라서 단열 과정에서 자기장이 감소하면,
온도도 감소해야 합니다.

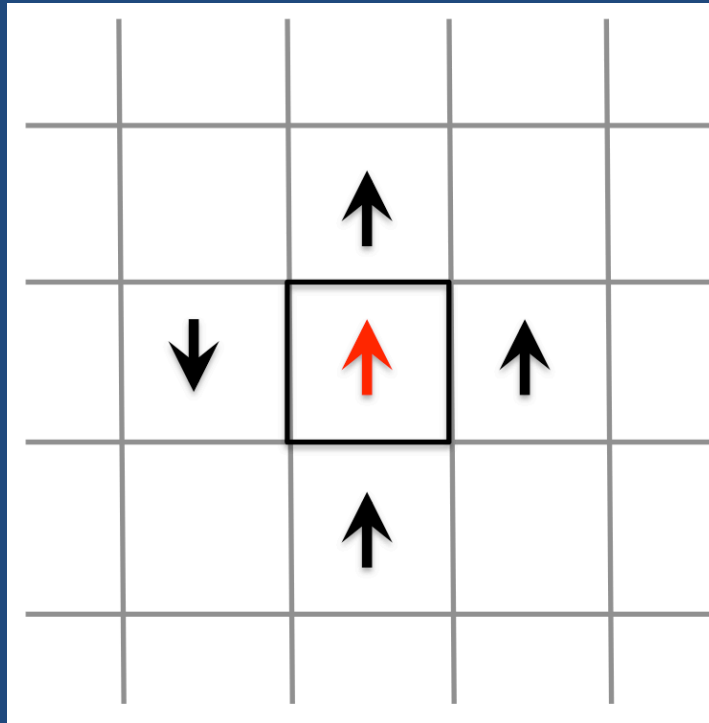


이렇게 **등온 자기화** 및 **단열 자기소거**의 과정을 거쳐
 저온 열원과 접촉시켰다 분리시키면서
 자기장을 키웠다 줄이는 과정을 반복해
 스핀들을 냉각시키는 방법을 **자기 냉각기법**이라고 합니다.



하지만 이러한 자기 냉각기법은
아주 낮은 온도에서는 한계가 있게 됩니다.
왜냐하면 상자성을 설명하기 위해 무시한 효과가
저온에서는 중요해지기 때문입니다.

상자성 이외의 다른 자성들은
어떤 원리에 의해서 존재하게 될까요?



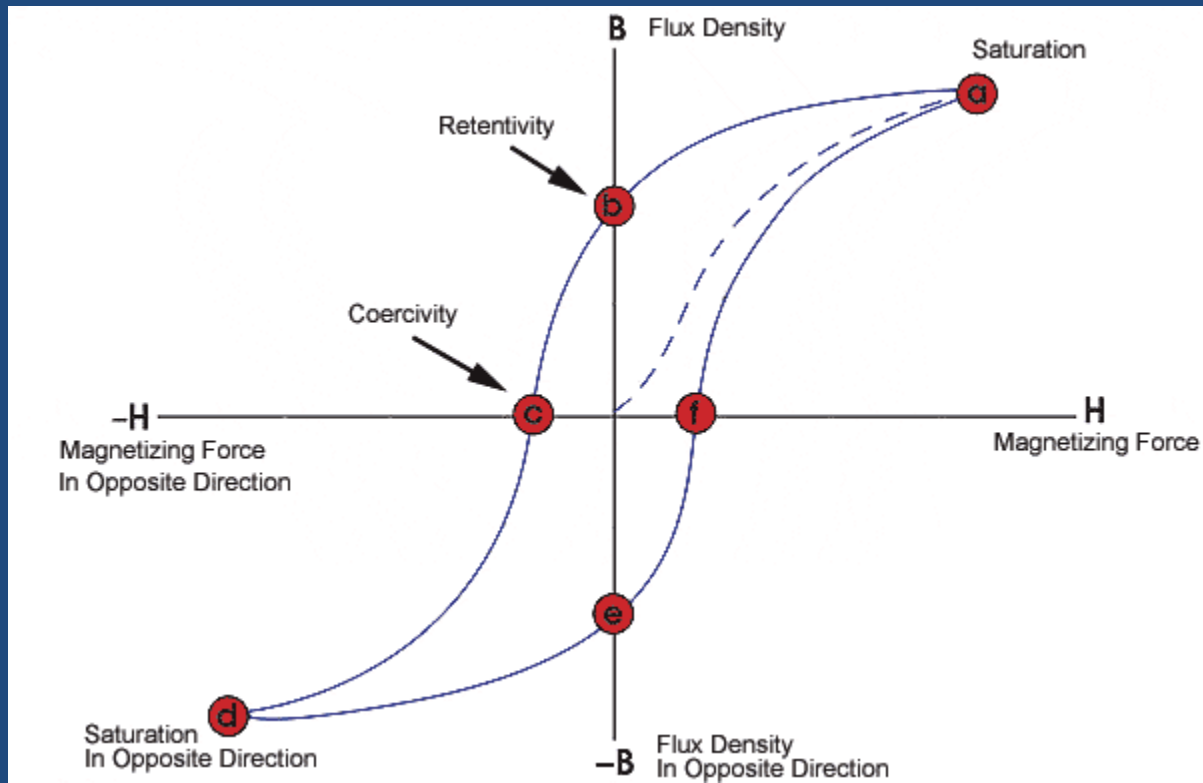
외부 자기장이 없는 경우에도
스핀들이 정렬상태를 유지하기 위해서는
스핀들 사이의 상호작용을 필요로 합니다.

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j$$

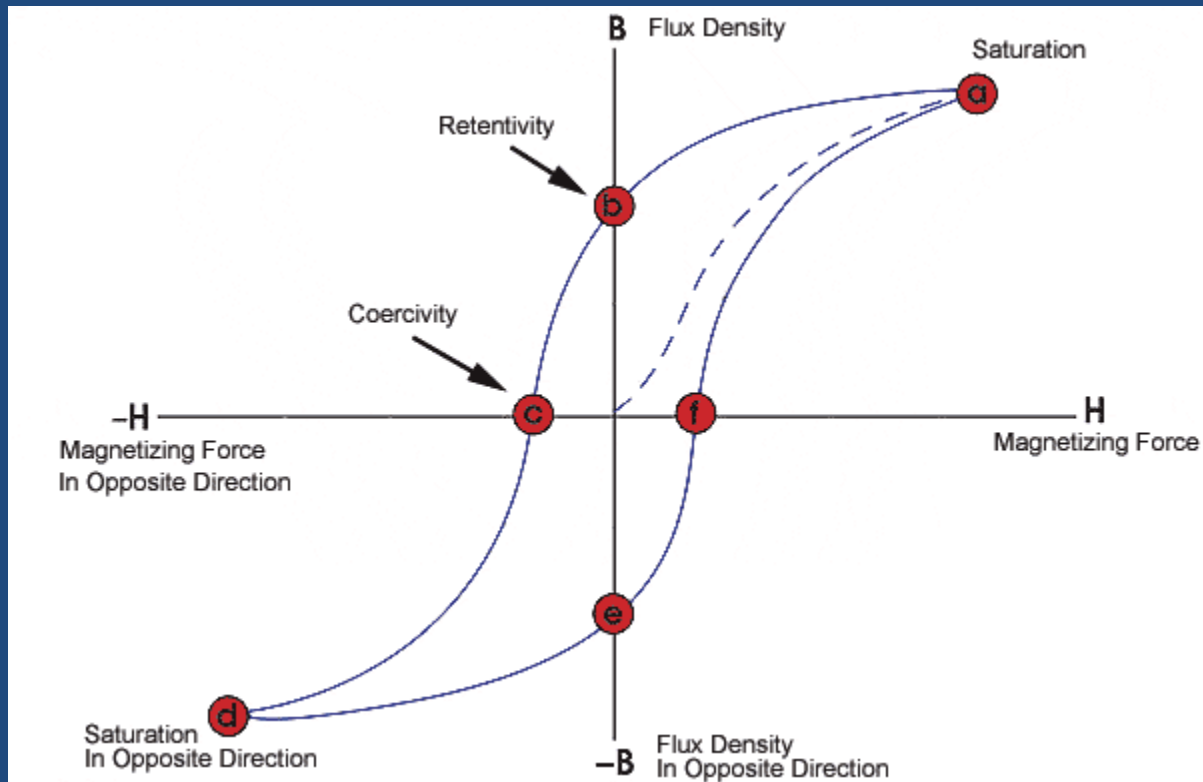
이러한 상호작용을 보여주는 간단한 예로
이징 모형 Ising model이 알려져 있습니다.



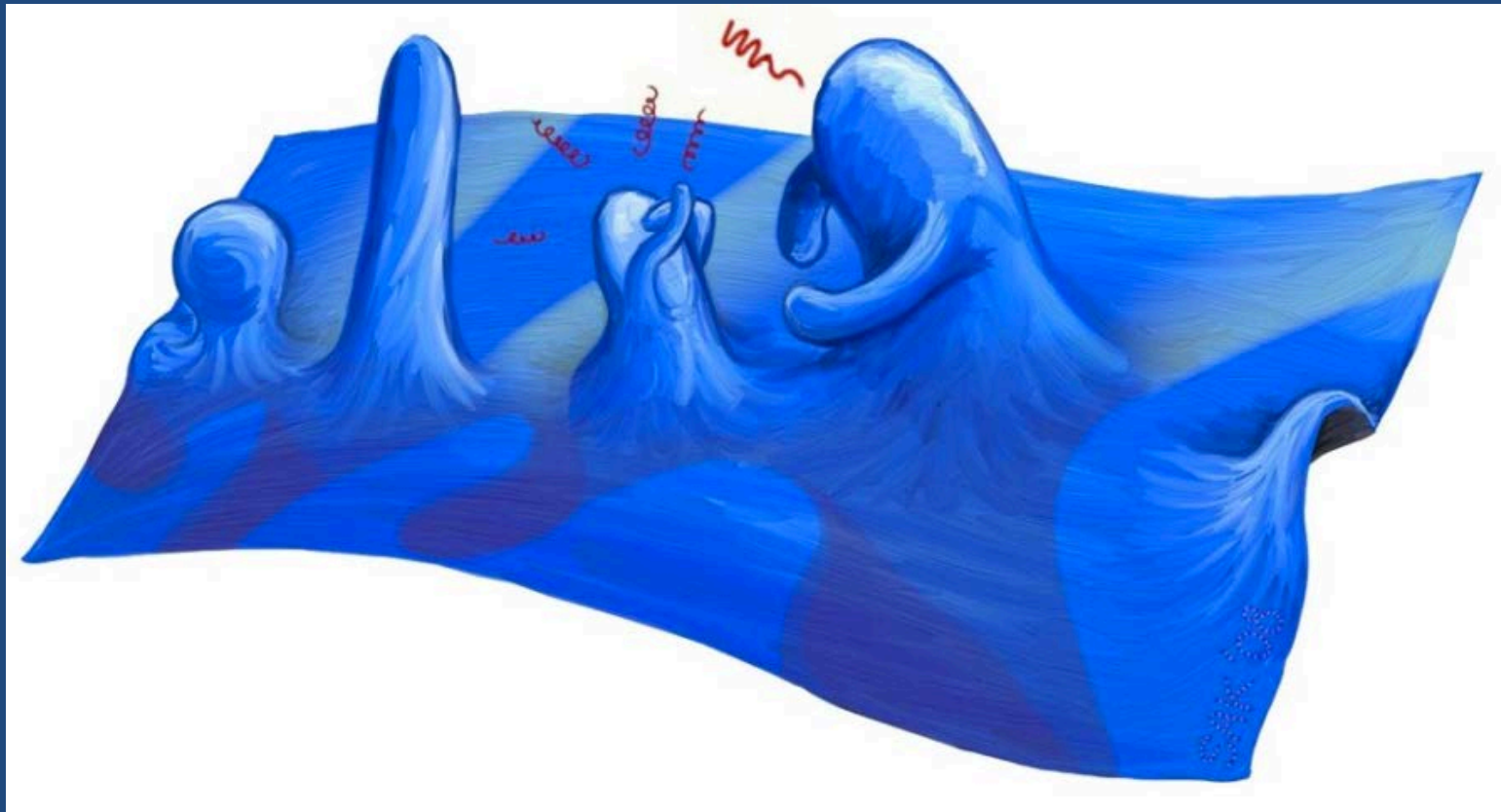
2차원 이상의 경우 이징 모형은 임계 온도 이하에서
상전이phase transition가 일어나는 것을 보여줍니다.



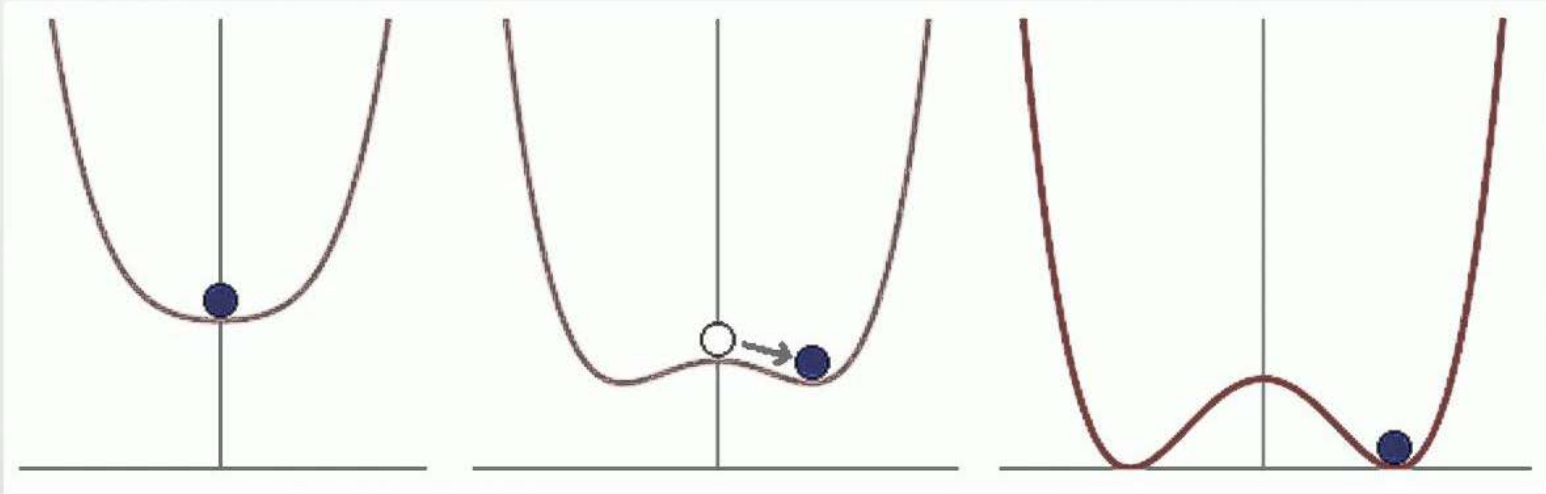
즉, 임계 온도 이하에서는 특정 스핀의 배열을 서로 **유지하도록** 만들어준다는 이야기가 됩니다.



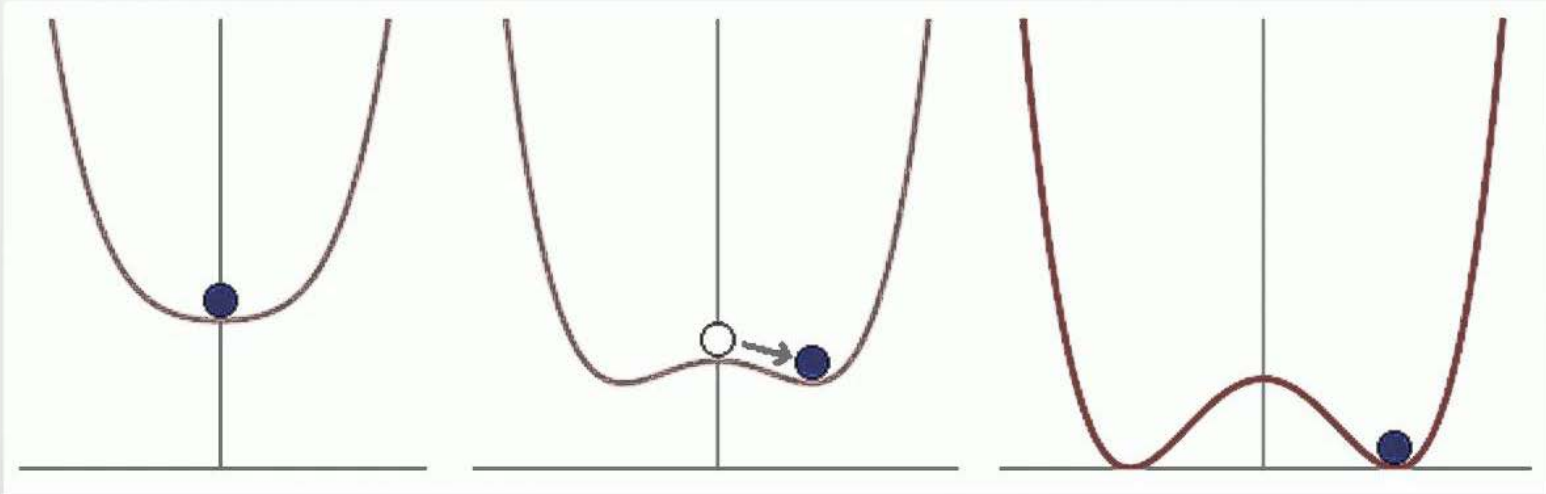
이러한 **이력현상** *hysteresis*이 가능한 것은
낮은 온도에서 **대칭성**이 깨져 있기 때문입니다.



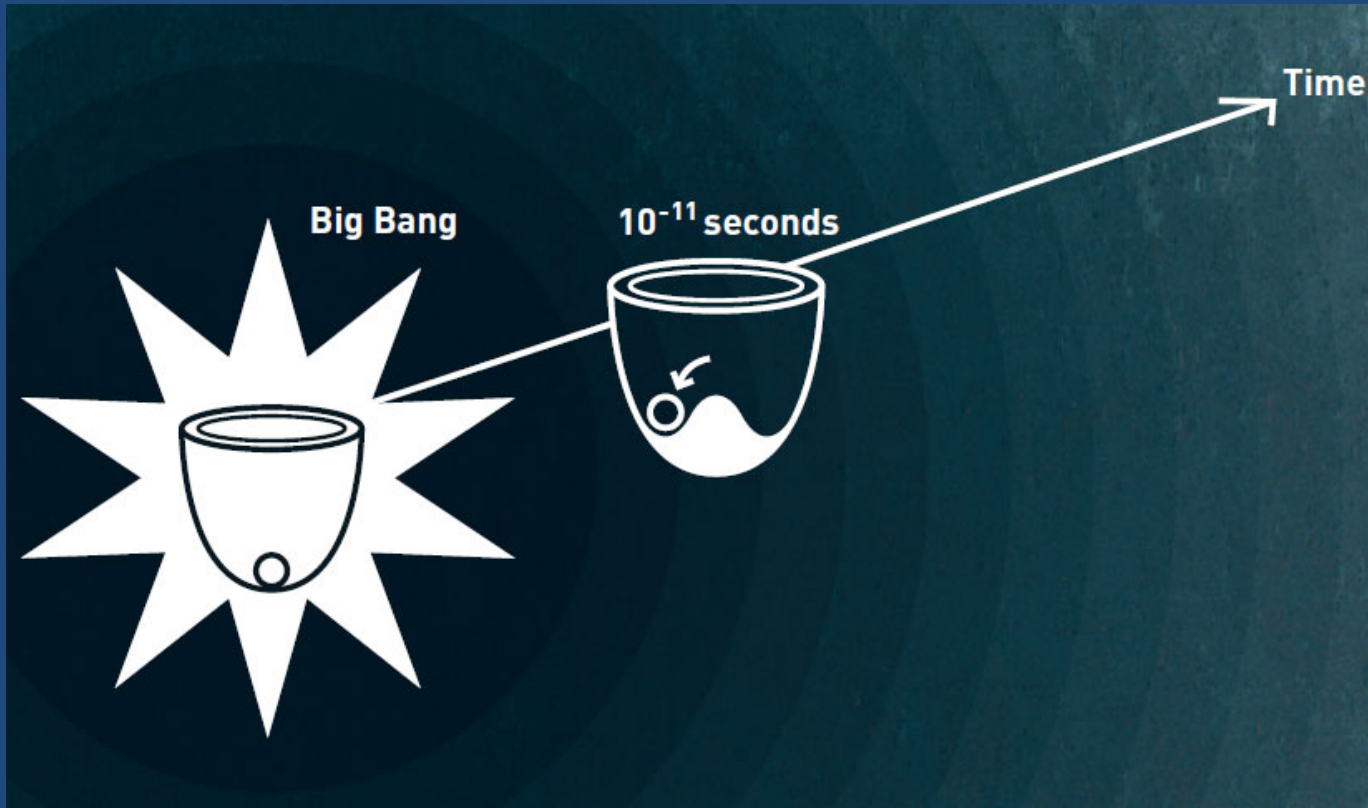
란다우Landau는 이징 모형을 연속체로 확장해서
장 이론field theory으로 스핀들을 연구하고자 했습니다.



이 때 장을 결정하는 퍼텐셜은 온도에 의존하며,
낮은 온도에서 퍼텐셜의 대칭성이 깨지게 되는 것을 보였습니다.



이것을 대칭성의 자발적 붕괴spontaneous symmetry breaking라고 합니다.



게이지 장 이론에서의 **힉스 메커니즘**Higgs mechanism도
대칭성의 자발적 붕괴의 한 가지 예가 됩니다.

물질의 자성은 통계역학적 방법을 도입하면
좀 더 쉽고 자세하게 이해할 수 있습니다.

감사합니다